Издательство «Легион»

Виды экономических задач и способы их решения

Дерезин Святослав Викторович

1–2 ноября 2018 г.

План семинара

- Демоверсия ЕГЭ–2019
- Задачи на проценты, доли, части
- Задачи на кредиты, вклады, ссуды, заёмы
- Задачи на экстремальные свойства функций
- Задачи на свойства целых чисел

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Решение:

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1;\ 0{,}6;\ 0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен

$$k;\ 0{,}6k;\ 0{,}4k;\ 0{,}3k;\ 0{,}2k;\ 0{,}1k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k-0{,}6;\ 0{,}6k-0{,}4;\ 0{,}4k-0{,}3;\ 0{,}3k-0{,}2;\ 0{,}2k-0{,}1;\ 0{,}1k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1+0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1)-(0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1)=$$

$$=(k-1)(1+0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1)+1=2{,}6(k-1)+1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит,

$$2{,}6(k-1)+1<1{,}2;\;\; 2{,}6\cdot\frac{r}{100}+1<1{,}2;\;\; r<7\frac{9}{13}.$$

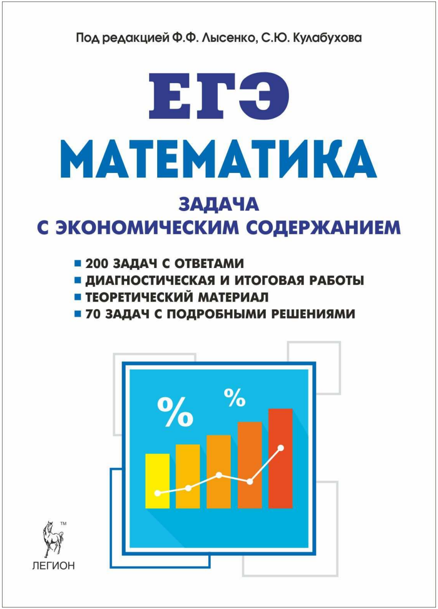
Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Ответ: 7.

Критерии

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ получен верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Книга по экономической задаче



Проценты, доли, части

A_0 — первоначальная сумма; $x\%$ — начисляемый процент в конце периода (месяц, квартал, год и т.п.); m — число периодов, A_m — сумма через m периодов.

Простые проценты:

$$A_m = \left(1 + m \cdot \frac{x}{100}\right) A_0.$$

Сложные проценты:

$$A_m = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^m A_0.$$

2. Магазин увеличил цену товара в 8 раз. Однако по результатам проверки антимонопольная служба предписала вернуть прежнюю цену. На сколько процентов придётся снизить цену?

Решение:

Пусть изначально товар стоил x рублей.
Тогда после подорожания он стал стоить 8x рублей.
По результатам проверки цена снизилась на 7x, что составляет $\frac{7x}{8x} \cdot 100\% = 87{,}5\%$ от суммы 8x рублей.

Ответ: 87,5.

3. В регионе А среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 32 000 рублей и ежегодно увеличивался на 28%. В регионе В среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 55 296 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона В увеличивался на 12% ежегодно, а население увеличивалось на m% ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах А и В стал одинаковым. Найдите m.

Решение:

В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионе А составил $32\,000 \cdot 1{,}28^3$ рублей, а в регионе В — $55\,296 \cdot \dfrac{112^3}{(100+m)^3}$. Получаем:

$$32\,000 \cdot 1{,}28^3 = 55\,296 \cdot \frac{112^3}{(100+m)^3}; \quad \frac{(100+m)^3 \cdot 1{,}28^3}{112^3} = \frac{55\,296}{32\,000};$$

$$\left(\frac{128 + 1{,}28m}{112}\right)^3 = \frac{216}{125}; \quad \frac{128 + 1{,}28m}{112} = \frac{6}{5}; \quad 128 + 1{,}28m = 134{,}4;$$
$$1{,}28m = 6{,}4, \quad m = 5.$$

Ответ: 5.

4. Предприниматель обратился в банк с просьбой о предоставлении ссуды в размере 1 000 000 рублей сроком на 1 год. Банк выделил ему эту ссуду с годовой процентной ставкой в 20% при условии погашения ссуды одним платежом в конце срока. Какую сумму должен через год возвратить предприниматель банку? Какие процентные деньги получит банк?

Решение:

Через год предприниматель должен вернуть банку

$$1\,000\,000 \cdot 1{,}2 = 1\,200\,000 \text{ (рублей)},$$

банк на этом заработает

$$1\,200\,000 - 1\,000\,000 = 200\,000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 1 200 000 рублей; 200 000 рублей.

5. Клиент взял в банке кредит 18 000 рублей на год под 14%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

Решение:

Клиент будет вносить ежемесячно

$$\frac{18\,000 \cdot 1{,}14}{12} = \frac{20\,520}{12} = 1710 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 1710 рублей.

Заём: сложные проценты

6. Заём в размере 64 тыс. рублей был выдан на 3 года под 25% годовых. Если отдать этот заём одним платежом, каков размер этого платежа?

Решение:

$$64\,000 \cdot \left(1 + \frac{25}{100}\right)^3 = 64\,000 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 = 64\,000 \cdot \frac{125}{64} = 125\,000.$$

Ответ: 125 тыс. рублей.

7. 15-го января был выдан кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг (ТД) выражается в процентах от кредита.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
ТД	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивается на 4%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Решение:

Пусть S — сумма кредита; x_1, x_2, …, x_6 — выплаты в первой половине февраля, марта и т.д. Составим уравнения, которые отражают график погашения кредита.

$$\begin{aligned}
&\text{На } 15.02: && 1{,}04S - x_1 = 0{,}9S,\\
&\text{На } 15.03: && 1{,}04 \cdot 0{,}9S - x_2 = 0{,}8S,\\
&\text{На } 15.04: && 1{,}04 \cdot 0{,}8S - x_3 = 0{,}7S,\\
&\text{На } 15.05: && 1{,}04 \cdot 0{,}7S - x_4 = 0{,}6S,\\
&\text{На } 15.06: && 1{,}04 \cdot 0{,}6S - x_5 = 0{,}5S,\\
&\text{На } 15.07: && 1{,}04 \cdot 0{,}5S - x_6 = 0.
\end{aligned}$$

Сложим все уравнения.

Кредит-таблица

$$1{,}04S\cdot(1+0{,}9+\ldots+0{,}5)-(x_1+x_2+\ldots+x_6) = S\cdot(0{,}9+0{,}8+\ldots+0{,}5).$$

Пусть $X = x_1 + x_2 + \ldots + x_6$ — общая сумма выплат.

Поскольку $5 + 6 + \ldots + 9 = \dfrac{5+9}{2}\cdot 5 = 35$, имеем уравнение

$$1{,}04S \cdot 4{,}5 - X = S \cdot 3{,}5,$$

$$X = S \cdot (1{,}04 \cdot 4{,}5 - 3{,}5) = 1{,}18S.$$

Таким образом, общая сумма выплат на 18% больше суммы самого кредита.

Ответ: 18.

Схема с дифференцированными платежами (СДП)

Эта методика расчёта платежей по потребительским кредитам базируется на использовании убывающей арифметической прогрессии. Процентный платёж за пользование потребительским кредитом обычно вычисляется «вперёд»: для первого месяца процентный платёж рассчитывается на всю величину долга, а в каждый следующий месяц — на остаток долга, т.е. величину долга, уменьшенную на уже выплаченную часть.

8. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 18 млн рублей?

Решение:

Пусть кредит планируется взять на n лет. Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$10,\ \frac{10(n-1)}{n}, \dots,\ \frac{10\cdot 2}{n},\ \frac{10}{n},\ 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 20%, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$12,\ \frac{12(n-1)}{n}, \dots,\ \frac{12\cdot 2}{n},\ \frac{12}{n},\ 0.$$

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$2+\frac{10}{n},\quad \frac{2(n-1)+10}{n},\ldots,\quad \frac{4+10}{n},\quad \frac{2+10}{n}.$$

Всего следует выплатить

$$10+2\cdot\left(\frac{n+(n-1)+\ldots+2+1}{n}\right)=10+2\cdot\frac{n+1}{2}=n+11(\text{млн рублей}).$$

Общая сумма выплат равна 18 млн рублей, поэтому $n = 7$.

Ответ: 7.

Аннуитетная схема

9. Клиент взял 15 960 000 рублей в кредит под 30% годовых. По истечении каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 30%), затем клиент переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы клиент выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение:

Пусть искомый ежегодный платёж составляет x рублей. Тогда в конце первого года клиент будет должен

$$1{,}3 \cdot 15\,960\,000 - x = (20\,748\,000 - x) \text{ рублей.}$$

Аннуитетная схема

Аналогично, в конце второго года его долг составит

$$(1{,}3 \cdot (20\,748\,000 - x) - x) = 26\,972\,400 - 2{,}3x \text{ рублей},$$

а к концу третьего

$$1{,}3 \cdot (26\,972\,400 - 2{,}3x) - x = 35\,064\,120 - 3{,}99x \text{ рублей}.$$

Однако по условию клиент должен выплатить кредит тремя равными платежами, то есть в конце третьего года его долг должен составить 0 рублей.

$$35\,064\,120 - 3{,}99x = 0, \;\; x = 8\,788\,000.$$

Ответ: 8 788 000 рублей.

Аннуитетная схема (ЕГЭ–2017)

10. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Известно, что если ежегодно выплачивать по 50 000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 82 000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года.
Найдите число r.

Решение:

Пусть сумма кредита равна S рублей, ежегодная выплата равна x рублей, $q = 1 + \frac{r}{100}$ — процентный коэффициент. По условию долг на июль меняется следующим образом:

июль 2021: $S_1 = qS - x$,

июль 2022: $S_2 = qS_1 - x = q^2S - (q + 1)x$,

июль 2023: $S_3 = qS_2 - x = q^3S - (q^2 + q + 1)x$,

июль 2024: $S_4 = qS_3 - x = q^4S - (q^3 + q^2 + q + 1)x = q^4S - \frac{(q^4 - 1)x}{q - 1}$.

Решение:

Если долг выплачен двумя равными платежами x_2, то $S_2 = 0$. Тогда

$$q^2S - (q+1)x_2 = 0, \quad S = \frac{(q+1)x_2}{q^2}.$$

Если долг выплачен четырьмя равными платежами x_4, то $S_4 = 0$. Тогда

$$q^4S - \frac{(q^4-1)x_4}{q-1} = 0, \quad S = \frac{(q^4-1)x_4}{q^4(q-1)}.$$

Исключив из уравнений сумму кредита S, получим

$$\frac{(q+1)x_2}{q^2} = \frac{(q^4-1)x_4}{q^4(q-1)}, \quad q^2 = \frac{x_4}{x_2 - x_4}.$$

По условию $x_4 = 50\,000$, $x_2 = 82\,000$. Значит

$$q^2 = \frac{50\,000}{82\,000 - 50\,000} = \frac{25}{16}, \quad q = \frac{5}{4} = 1{,}25, \quad r = 25\%.$$

Ответ: 25.

Смешанная схема (ЕГЭ–2018)

11. 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на 31 месяц. Условия возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа 30-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Решение:

По условию, за первые 30 месяцев долг должен равномерно уменьшиться на $500 - 200 = 300$ (тыс. рублей), значит, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$500;\ \ 490;\ \ 480;\ \ \ldots;\ \ 210;\ \ 200;\ \ 0.$$

Первое число каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число такова:

$$510;\ \ 499{,}8;\ \ \ldots;\ \ 214{,}2;\ \ 204.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$10+10;\ \ 9{,}8+10;\ \ \ldots;\ \ 4{,}2+10;\ \ 204.$$

Значит, всего следует выплатить

$30 \cdot \dfrac{20+14{,}2}{2} + 204 = 717$ (тыс. рублей).

Вклады

12. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 8%, второй — 10%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 10 до P процентов. Ещё через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства. Оказалось, что второй банк принёс ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое P, при котором это возможно.

Решение:

Пусть в каждом банке клиент открыл вклад в размере X рублей. Тогда через 3 года на счёте в первом банке будет

$$(1{,}08)^3 X,$$

а на счёте во втором банке будет

$$(1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100) X.$$

Вклады

По условию второй вклад принёс больший доход, это значит, что в момент закрытия на втором счёте было больше средств:

$$(1{,}08)^3 X < (1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100) X,$$

$$(1{,}08)^3 < (1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100),$$

$$\frac{(1{,}08)^3}{(1{,}1)^2} < 1 + P/100,$$

$$1{,}041\ldots < 1 + P/100,$$

$$4{,}1\ldots < P.$$

Наименьшее целое число, удовлетворяющее этому равенству: $P = 5$.

Ответ: 5.

13. Клиент сделал вклад в банке в размере 200 тысяч рублей со ставкой 10%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент хочет в начале 3-го и 4-го года пополнить вклад на одно и то же целое число тысяч рублей (назовём это пополнение вклада довклад) так, чтобы к концу 4-го года по вкладу было начислено не менее 100 тысяч рублей. При каком наименьшем размере довклада это возможно?

Решение:

Обозначим размер довклада за x тысяч рублей. Изначальный вклад к концу 4-го года станет равным $200 \cdot (1{,}1)^4$ тысяч рублей. Довклад, сделанный в начале 3-го года, — $x \cdot (1{,}1)^2$ тысяч рублей. А довклад, сделанный в начале 4-го года, — $x \cdot 1{,}1$ тысяч рублей. Тогда через 4 года у него на счёте будет

$$200 \cdot (1{,}1)^4 + x \cdot (1{,}1)^2 + x \cdot 1{,}1 \text{ (тысяч рублей).}$$

Вклады

Начисления по вкладу составят

$$200 \cdot (1{,}1)^4 + x \cdot (1{,}1)^2 + x \cdot 1{,}1 - (200 + 2x) \text{ (тысяч рублей).}$$

Начисления должны быть не меньше 100 тысяч рублей, поэтому

$$200 \cdot (1{,}1)^4 + x \cdot (1{,}1)^2 + x \cdot 1{,}1 - (200 + 2x) \geqslant 100,$$

$$0{,}31x + 92{,}82 \geqslant 100,$$

$$0{,}31x \geqslant 7{,}18,$$

$$x \geqslant 23{,}1\ldots\,.$$

Наименьшее целое x, при котором это неравенство верное: $x = 24$.

Ответ: 24 тысячи рублей.

14. Кондитерский цех на одном и том же оборудовании производит печенье двух видов. Используя всё оборудование, за день можно произвести 60 центнеров печенья первого вида или 85 центнеров печенья второго вида. Ниже приведены себестоимость и отпускная цена одного центнера печенья в рублях.

Товар	Себестоимость	Отпускная цена
1-го вида	10 000	15 000
2-го вида	12 000	18 000

Найдите, какую наибольшую прибыль (в рублях) может получить этот цех за день при условии, что будет использоваться всё оборудование, будет продано всё произведённое печенье и по договору с заказчиком должно производиться в день не менее 6 центнеров печенья каждого вида.

Оптимизация на производстве

Решение:

1. По условию на производство одного центнера печенья первого вида в день потребуется $\dfrac{1}{60}$ часть мощности всего оборудования, а на производство одного центнера печенья второго вида в день потребуется $\dfrac{1}{85}$ часть мощности всего оборудования.

2. Пусть за день производится x центнеров печенья первого вида, и y центнеров — второго вида. Так как по условию используется всё оборудование, то $\dfrac{x}{60} + \dfrac{y}{85} = 1$. Отсюда $17x + 12y = 1020$, $x = \dfrac{1020 - 12y}{17}$. По условию $x \geqslant 6$, поэтому $\dfrac{1020 - 12y}{17} \geqslant 6$, $y \leqslant \dfrac{918}{12} = \dfrac{153}{2}$.

3. Прибыль предприятия за день составляет $5000x + 6000y$. Выразим её через y:

$$5000x+6000y = 5000\cdot\frac{1020-12y}{17}+6000y = 300\,000+\frac{42\,000y}{17} = S(y).$$

$S(y)$ — линейная возрастающая функция, поэтому принимает наибольшее значение при наибольшем значении y, равном $\frac{153}{2}$.

$$S\left(\frac{153}{2}\right) = 300\,000 + \frac{42\,000}{17}\cdot\frac{153}{2} = 300\,000 + 21\,000\cdot 9 = 489\,000.$$

Ответ: $489\,000$.

Применение производной (ЕГЭ–2015)

15. Крупный бизнесмен является владельцем двух заводов, выпускающих одинаковую продукцию. На втором заводе используется более современное оборудование, позволяющее за одинаковое время с первым заводом производить больше продукции, чем на первом заводе. Известно, что если рабочие первого завода трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $2t$ единиц товара. А если рабочие второго завода трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $5t$ единиц товара. На обоих заводах за каждый час работы рабочему платят 500 рублей. Какое наибольшее число единиц продукции можно будет выпустить на обоих заводах при условии, что заработную плату на предстоящую неделю можно будет выплатить в размере 1 450 000 рублей?

Решение:

Пусть суммарное недельное рабочее время на первом заводе равно x^2, а на втором заводе y^2. Тогда, согласно условию задачи, на заводах произведут соответственно $2x$ и $5y$ единиц продукции, а суммарное количество будет $K = 2x + 5y$. Согласно условию, за эту работу надо оплатить рабочим сумму $(x^2 + y^2) \cdot 500$ рублей. Так как есть возможность оплатить 1 450 000 рублей, то

$$(x^2 + y^2) \cdot 500 = 1\ 450\ 000,$$

$$x^2 + y^2 = 2900,\ \ y^2 = 2900 - x^2,$$

$$K(x) = 2x + 5y = 2x + 5 \cdot \sqrt{2900 - x^2}.$$

Применение производной (ЕГЭ–2015)

Найдем наименьшее значение K(x) с помощью производной.

$$K'(x) = 2 - \frac{5 \cdot 2x}{2\sqrt{2900 - x^2}},$$

$$K'(x) = 0,\ \ 2 - \frac{5x}{2900 - x^2} = 0,$$

$$2\sqrt{2900 - x^2} = 5x,\ \ 4(2900 - x^2) = 25x^2,\ \ x^2 = 400,\ \ x = 20.$$

Заметим, что $K'(x) > 0$ при $x < 20$ и $K'(x) < 0$ при $x > 20$, поэтому в точке $x = 20$ будет наибольшее значение.

$$y = \sqrt{2900 - x^2},\ \ y = 50,$$

$$K(20) = 2 \cdot 20 + 5 \cdot 50 = 290.$$

Ответ: 290.

16. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг	S	0,75S	0,3S	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Решение:

Долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на июль каждого года должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$S;\ 0{,}75S;\ 0{,}3S;\ 0.$$

По условию в январе каждого года долг увеличивается на 20%, значит, долг в январе каждого года равен

$$1{,}2S;\ 0{,}84S;\ 0{,}36S.$$

Следовательно, выплаты с февраля по июнь каждого года составляют:

$$0{,}45S;\ 0{,}54S;\ 0{,}36S.$$

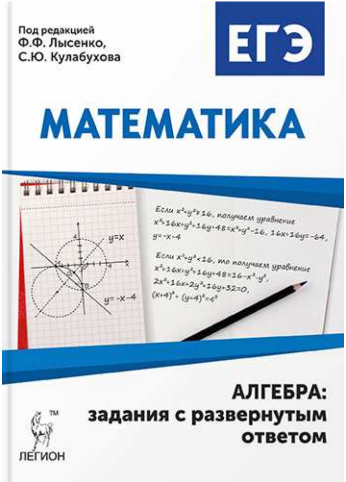
По условию числа

$$S;\ \frac{9S}{20};\ \frac{27S}{50};\ \frac{9S}{25}$$

должны быть целыми. Значит, число S должно делиться на 20, 50 и 25. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 100.

Ответ: 100 тысяч рублей.

Книга для подготовке к части С



Новые книги


Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова
ЕГЭ-2019
МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ
40 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ
ПОШАГОВОЕ РЕШЕНИЕ 10 ВАРИАНТОВ
СБОРНИК ЗАДАЧ
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ВАРИАНТАМ И ЗАДАНИЯМ
ПО НОВОЙ ДЕМОВЕРСИИ 2019
y
0
x
ЛЕГИОН

Новые книги


Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.О. Иванова
ЕГЭ-2019
МАТЕМАТИКА
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ
40 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ
ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ВАРИАНТАМ
ПО НОВОЙ ДЕМОВЕРСИИ 2019
5x
2
ЛЕГИОН

Новые книги


Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.О. Иванова
ЕГЭ-2019
МАТЕМАТИКА
ТЕМАТИЧЕСКИЙ ТРЕНИНГ
10-11 КЛАССЫ
1500 ЗАДАНИЙ БАЗОВОГО И ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЕЙ
РЕШЕНИЕ КАЖДОГО ЧЕТВЁРТОГО ЗАДАНИЯ
КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ ЕГЭ
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ
S
A
B
C
ЛЕГИОН

Новые книги

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова
ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ
СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ
ЗАДАНИЯ РАЗНОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ
ПОШАГОВЫЕ РЕШЕНИЯ С ИЛЛЮСТРАЦИЯМИ
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ
B1
A1
C1
D1
B
A
C
D
ЛЕГИОН

Новые книги


С.Ю. Кулабухов
Под редакцией Ф.Ф. Лысенко
ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ МЕТОДОМ КООРДИНАТ
АЛГОРИТМЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ
ЛЕГИОН

Новые книги


А.А. Прокофьев, А.Г. Корянов
ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ
ЗАДАЧИ НА ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА
ЗАДАНИЕ 19
300 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ЗАДАЧ
МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ И ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ
ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАЧАМ
1 8 2 9 5 3 7
ЛЕГИОН

Спасибо за внимание!