ЭФФЕКТИВНЫЕ ПРАКТИКИ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ И ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

учитель математики МБОУ СОШ №27 г.Ставрополя

Орлова Е.А.

В помощь учителю и ученикам

Сайты

alexlarin.net - каждую неделю публикуются качественные пробники.

mathus.ru - много нужной теории + физика + задачи олимпиад.

ege.sdamgia.ru - лучший онлайн-тренажёр с решениями заданий.

yandex.ru/tutor/ - Яндекс.Репетитор - тренировочные варианты онлайн.

alleng.org/edu/math3.htm - книги в pdf формате.

berdov.com/ege/ - хорошие пробники, много нестандартных и сложных заданий.

4ege.ru/video-matematika/50912... - видеокурс с теорией и практикой.

В помощь учителю и ученикам

Плейлисты на ютубе

youtube.com/channel/UC_8Lb0P-Jiljp1-_UOYZIGA/videos

youtube.com/channel/UCxWeAHyOBQWsw8jZhxWz5iw/videos

youtube.com/user/irek1743/videos

youtube.com/user/trushinbv/videos

В помощь учителю и ученикам

vpr-ege.ru

ЕГЭ ОГЭ ВПР

Русский язык Математика профиль Математика база Обществознание

Физика Биология География Итоговое сочинение Баллы ЕГЭ

В помощь учителю и ученикам

Справочник для подготовки к ЕГЭ по математике

ЕГЭ по математике профиль

Справочник для подготовки к ЕГЭ по математике и дополнительным испытаниям в МГУ. Это пособие должно быть у каждого абитуриента!

Задание 12 ЕГЭ по математике профильный уровень - уравнения

ЕГЭ по математике профиль

Прототипы задания №12 ЕГЭ по математике профильного уровня - уравнения. Практический материал для подготовки к экзамену в 11 классе.

Задание 8 ЕГЭ по математике профильный уровень - текстовые задачи

ЕГЭ по математике профиль

Прототипы задания №8 ЕГЭ по математике профильного уровня - текстовые задачи. Практический материал для подготовки к экзамену в 11 классе.

В помощь учителю и ученикам

Тренировочные варианты ЕГЭ 2022 по математике профильного уровня

ЕГЭ по математике профиль

Пробные и тренировочные варианты по математике профильного уровня в формате ЕГЭ 2022 из различных источников.

Тренировочные варианты ЕГЭ 2022 по математике (профиль)

egemath.ru	
Вариант 1	скачать
Вариант 2	скачать
Вариант 3	скачать
Вариант 4	скачать
Вариант 5	скачать
Вариант 6	скачать

В помощь учителю и ученикам

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

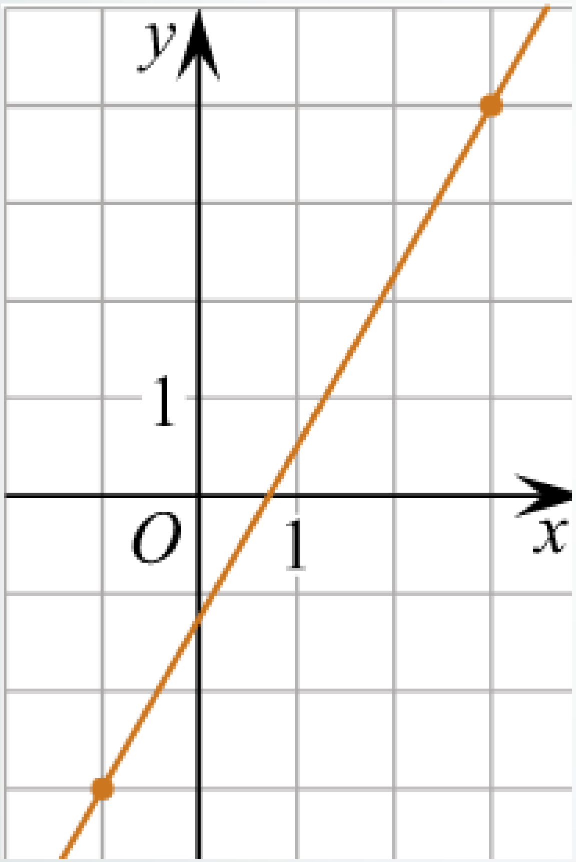
Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	0,4	
2	0,52	
3	0,5	
4	12	
5	60	
6	3	
7	6	
8	50	
9	-10	
10	0,1	
11	29	

Задание 9

Вот необходимая теория для решения задания №9 ЕГЭ:

- Что такое функция
- Чтение графика функции
- Четные и нечетные функции
- Периодическая функция
- Обратная функция
- 5 типов элементарных функций и их графики
- Преобразование графиков функций
- Построение графиков функций

1. На рисунке изображён график функции $f(x) = kx+b$. Найдите $f(-5)$



Решение.

Заметим, что для линейной функции

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{f(x_3)-f(x_4)}{x_3-x_4}=k,$$

Тогда

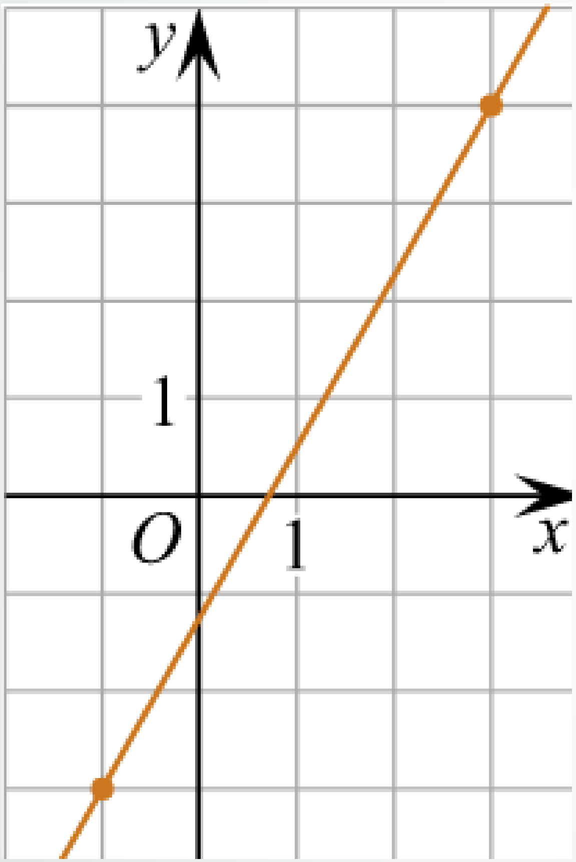
$$\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\frac{f(-1)-f(-5)}{-1-(-5)}$$

$$\frac{4-(-3)}{4}=\frac{-3-f(-5)}{4}$$

$$f(-5)=-10.$$

Ответ: $f(-5)=-10.$

1. На рисунке изображён график функции $f(x) = kx+b$. Найдите $f(-5)$



Решение.

По рисунку определяем точки (-1;-3) и (3;4)

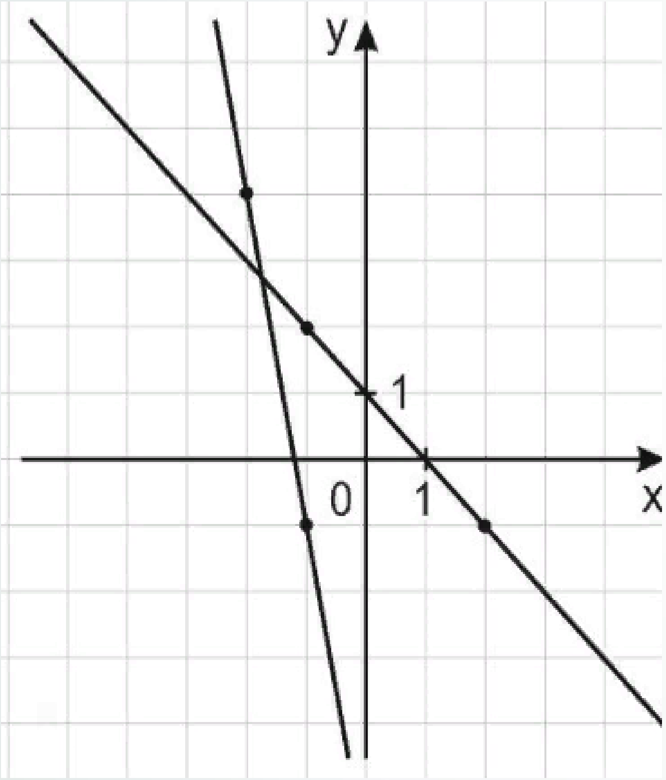
$$\begin{cases} -3 = k\cdot(-1)+b, \\ 4 = k\cdot 3 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{7}{4}, \\ b = -\dfrac{5}{4}. \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$f(-5) = -10.$$

Ответ: $f(-5) = -10.$

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Решение:

Запишем формулы функций.

Одна из них проходит через точку (0; 1) и ее угловой коэффициент равен -1. Это линейная функция $y = -x + 1$.

Другая проходит через точки (-1; -1) и (-2; 4). Подставим по очереди координаты этих точек в формулу линейной функции $y = kx + b$.

$$\begin{cases} -k + b = -1 \\ -2k + b = 4 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе.

$k = -5$; тогда $b = -6$.

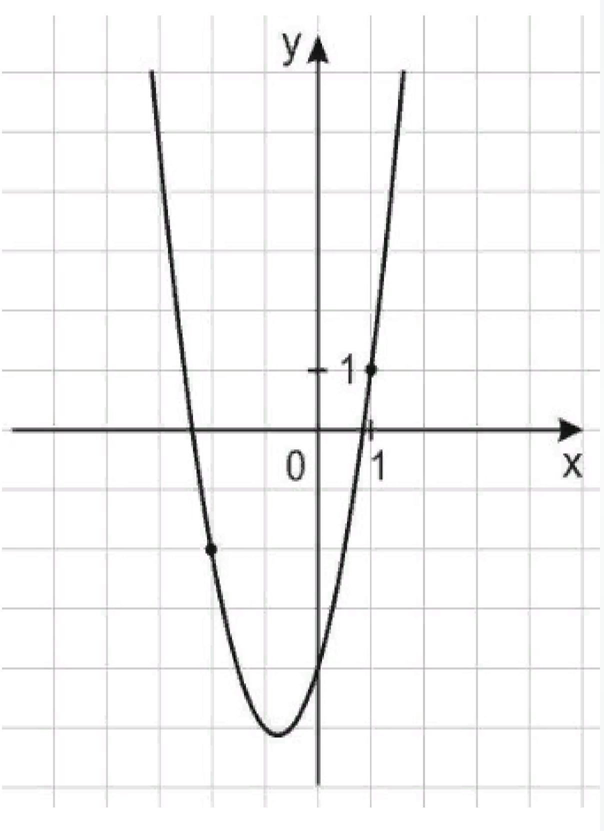
Прямая задается формулой: $y = -5x - 6$.

Найдем абсциссу точки пересечения прямых. Эта точка лежит на обеих прямых, поэтому:

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -5x - 6 \end{cases}; \quad \begin{array}{c} -x + 1 = -5x - 6\ ; \\ x = -\frac{7}{4} = -1,75 \end{array}$$

Ответ: -1,75.

На рисунке изображён график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-5)$.



Решение:

График функции $y = 2x^2 + bx + c$ проходит через точки с координатами (1; 1) и (-2; -2). Подставляя координаты этих точек в формулу функции, получим:

$$\begin{cases} 2 + b + c = 1 \\ 2 \cdot 4 - 2b + c = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + c = -1 \\ -2b + c = -10 \end{cases}$$; отсюда $b = 3, c = -4.$

Формула функции имеет вид:

$f(x) = 2x^2 + 3x - 4;$

$f(-5) = 2 \cdot 25 - 3 \cdot 5 - 4 = 31$

Ответ: 31.

На рисунке изображен график функции

$f(x)=ax^2 + bx + c$, где a,b,c – целые числа.

Найти значение f(11).

<u>1 способ</u>

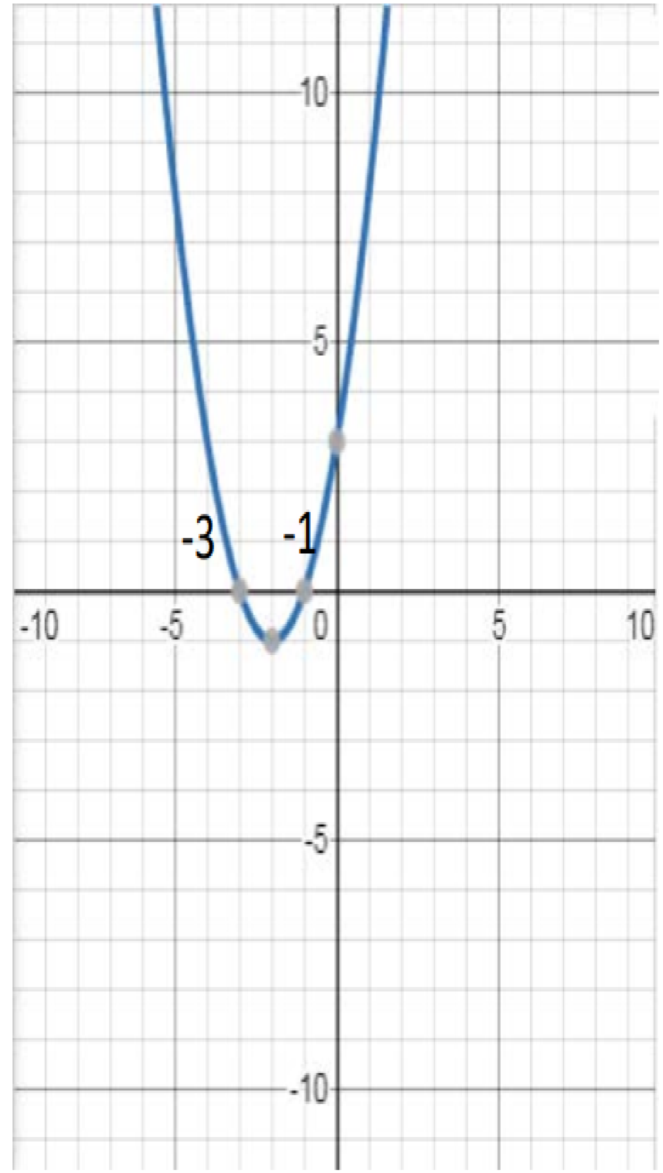
$f(x)= a(x-x_1)(x-x_2)$

$a=1$

$x_1=-3$; $x_2=-1$

$f(x)= (x+3)(x+1)$

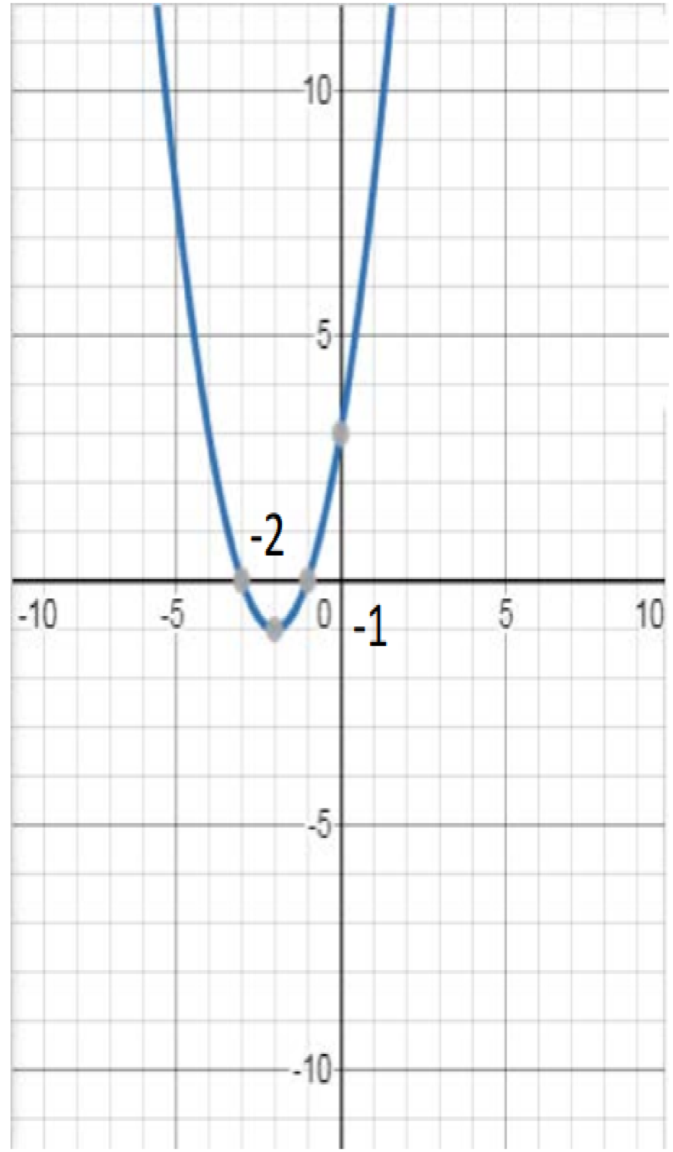
$f(11)=(11+3)(11+1) = 168$



На рисунке изображен график функции

$f(x)=ax^2 + bx + c$, где a,b,c – целые числа.

Найти значение f(11).



<u>2 способ</u>

$f(x)= a(x-m)^2 + n$

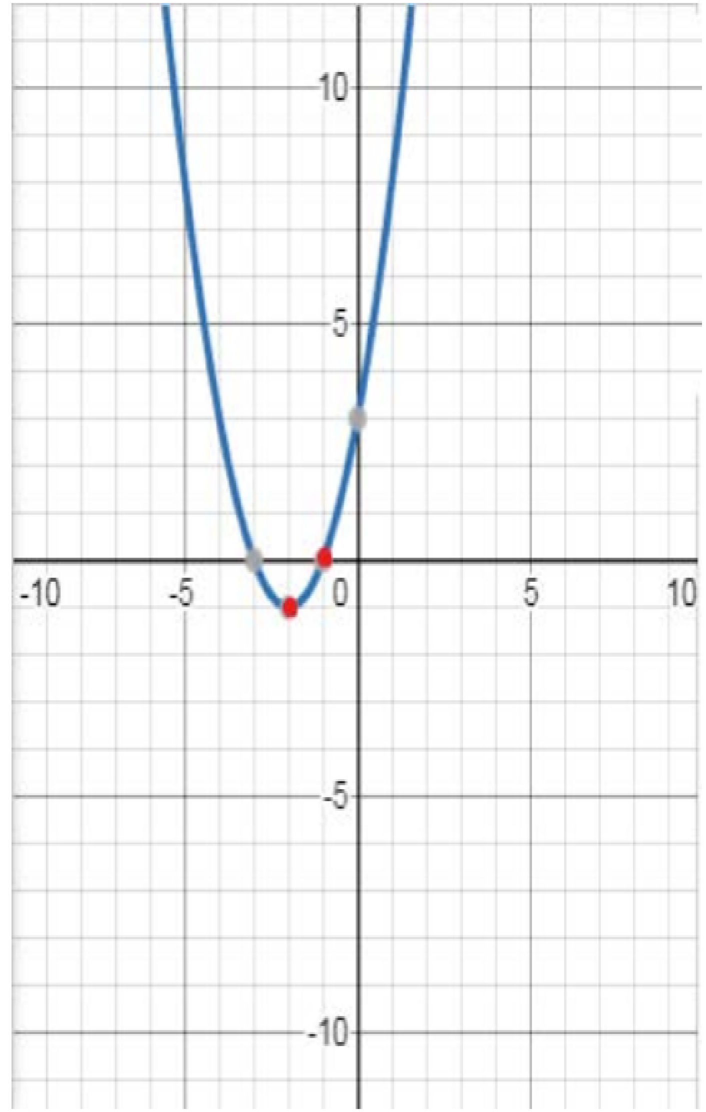
$a=1$

$m= -2$; $n= -1$

$f(x)= (x+2)^2 -1$

$f(11)=(11+2)^2 -1=168$

На рисунке изображен график функции $f(x)=ax^2 + bx + c$, где a,b,c – целые числа. Найти значение f(11).



<u>3 способ</u>

$f(x)= ax^2 + bx + c$

$f(x)= ax^2 + bx + 3$

A(-2;-1); B(-1;0)

$$\begin{cases} 4a-2b+3=-1 \\ a-b+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-2b=-4 \\ a-b=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-2b=-4 \\ -2a+2b=6 \end{cases}$$

a=1

1-b=-3

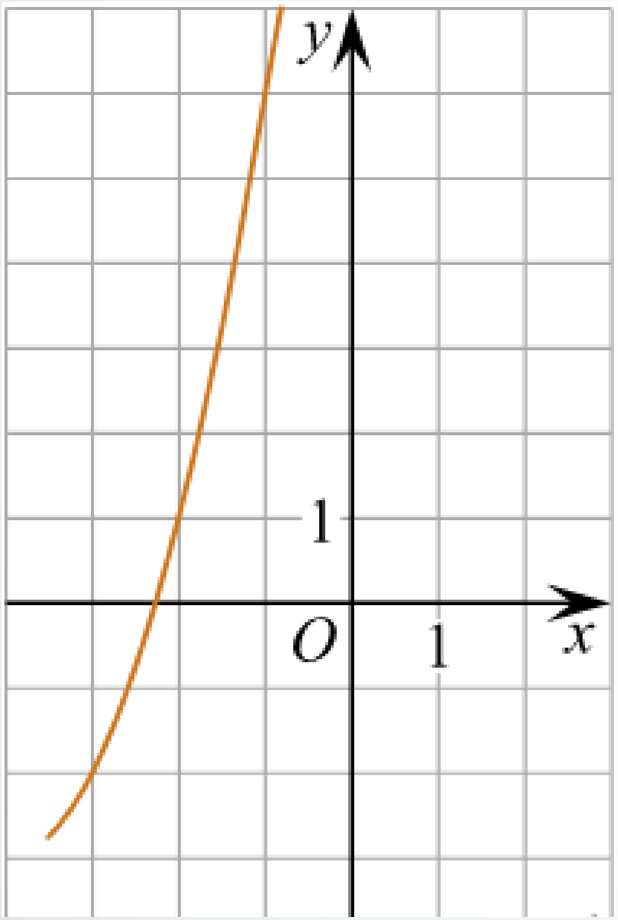
b=4

$f(x)= x^2 + 4x +3$

$f(11)=11^2 +44+3=168$

1	6	8	

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите абсциссу вершины параболы.



На рисунке изображён график функции вида где числа *a*, *b* и *c* — целые. Найдите *a*.

$(-3;2)$ $(-2;1)$ $(-1;6)$
$$\begin{cases} 9a^2-3b+c=-2 \\ 4a^2-2b+c=1 \\ a^2-b+c=6 \end{cases}$$

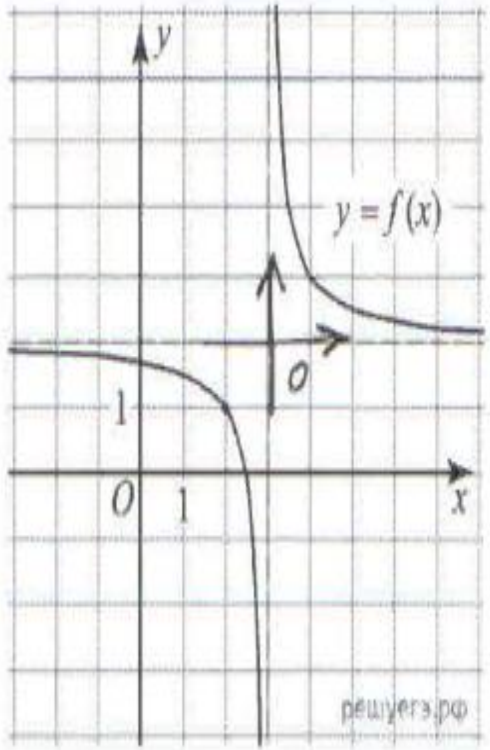
$(1)-(2)$ $(1)-(3)$
$$\begin{cases} 5a^2-b=-3 \\ 8a^2-2b=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} 5a^2-b=-3 \\ -4a^2+b=4 \end{cases}$$

$a^2=1,\ a=\pm1$

ветви вверх, $a=1$, $b=8$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{-8}{2}=-4$. Ответ: -4

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, где числа a, b и c — целые. Найдите a.

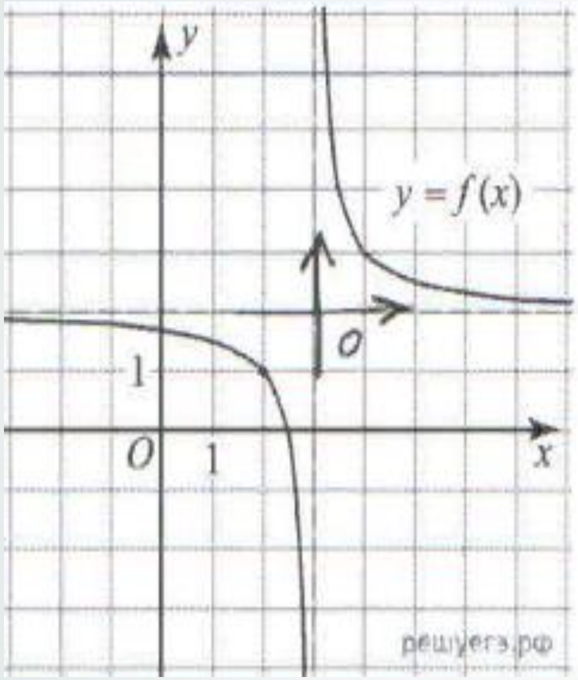


Решение. Преобразуем данную функцию:

$$f(x) = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{ax+ac+b-ac}{x+c} = \frac{ax+ac}{x+c} + \frac{b-ac}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c}.$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y = 2$, значит, $a = 2$.

Ответ: 2.



$$\begin{array}{r|l} -\,ax+b & x+c \\ ax+ca & a \\ \hline b-ca & \end{array}$$

$$\frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ca}{x+c}.$$

$\underline{y=2}$, значит $\underline{a=2}$

$\underline{x=3}$, значит $\underline{c=-3}$.

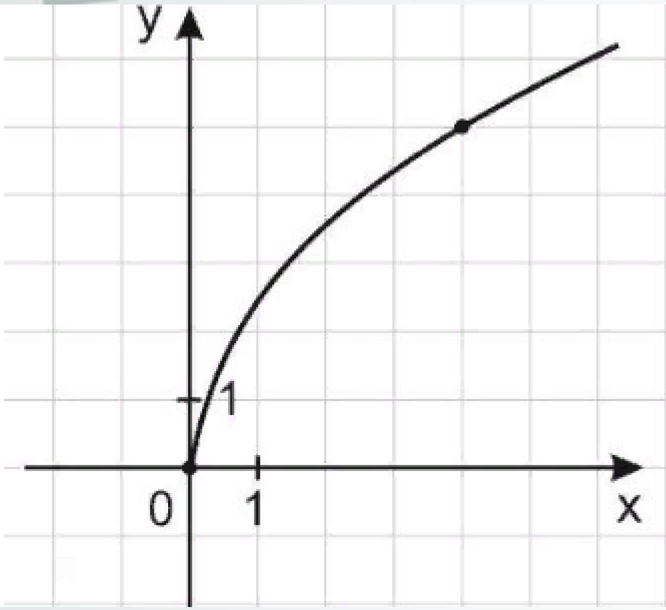
$y = \frac{k}{x}$ $(1;1)$ $\frac{k}{1} = 1$, $k=1$

$$b - ca = 1$$

$$b - 2\cdot(-3) = 1$$

$$\underline{b = -5}$$

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите f (6,76).



Решение:

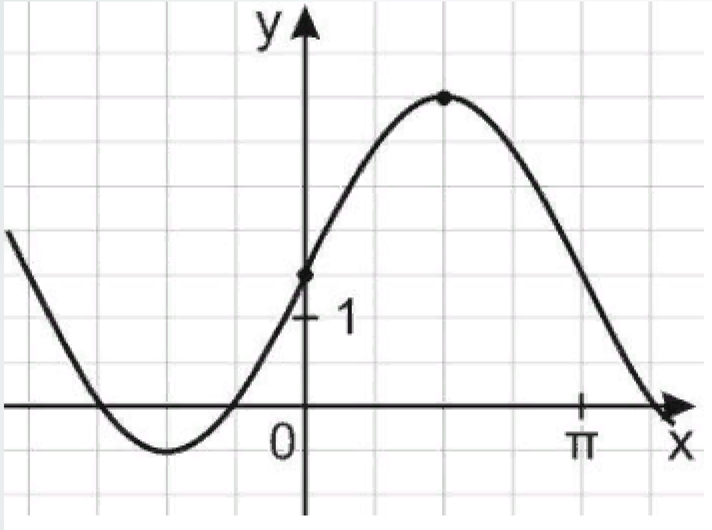
Функция задана формулой:

$y = k\sqrt{x}$. Ее график проходит через точку (4; 5); значит, $k \cdot \sqrt{4} = 5; k = 2,5;$

$f(x) = 2,5\sqrt{x}$. Тогда $f(6,76) = 2,5 \cdot \sqrt{6,76} = 2,5 \cdot 2,6 = 6,5.$

Ответ: 6,5.

На рисунке изображён график функции $f\left(x\right)=asinx\ +b$. Найдите b.



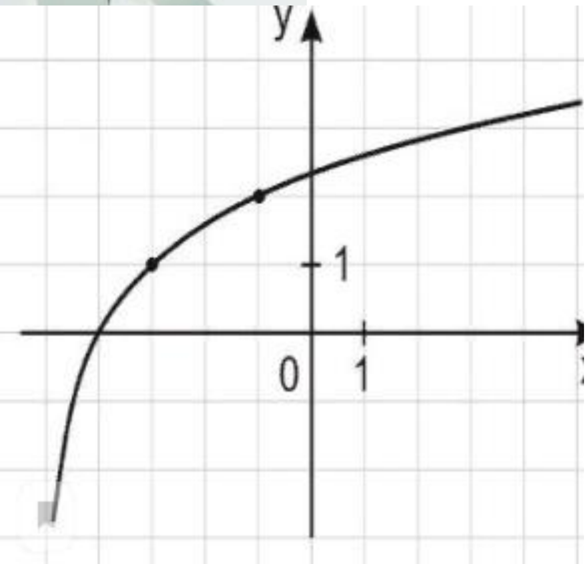
Решение:

График функции $y=asinx+b$ сдвинут на 1,5 вверх; $f\left(0\right)=1,5$. Значит, $b=1,5$. Амплитуда $a=2$ (наибольшее отклонение от среднего значения).

Это график функции $f\left(x\right)=2sinx\ +1,5$. Он получен из графика функции $y=sinx$ растяжением в 2 раза по вертикали и сдвигом вверх на $1,5$.

Ответ: $b=1,5$.

На рисунке изображён график функции $f(x) = log_a(x+b)$. Найдите $f(11)$.



Решение:

График функции $y = log_a(x+b)$ проходит через точки (-3; 1) и (-1; 2). Подставим по очереди эти точки в формулу функции.

$$\begin{cases} log_a(-3+b) = 1 \\ log_a(-1+b) = 2 \end{cases}$$

Отсюда: $\begin{cases} b-3 = a \\ b-1 = a^2 \end{cases}$;

Вычтем из второго уравнения первое:

$a^2 - a = 2; a^2 - a - 2 = 0;$

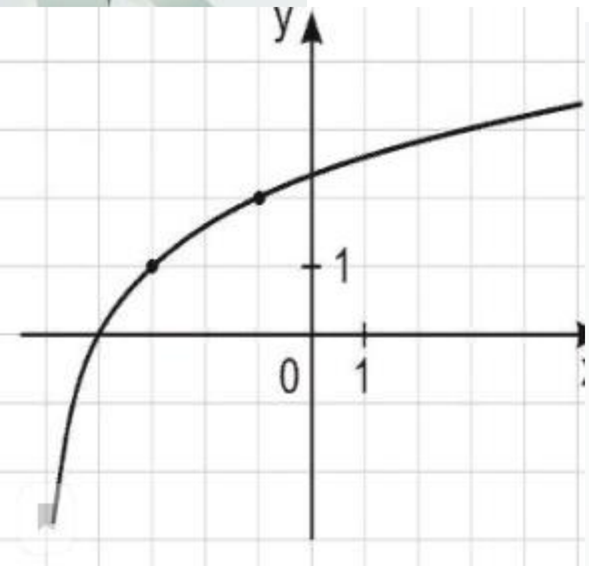
$a = 2$ или $a = -1$ — не подходит, так как $a>0$ (как основание логарифма).

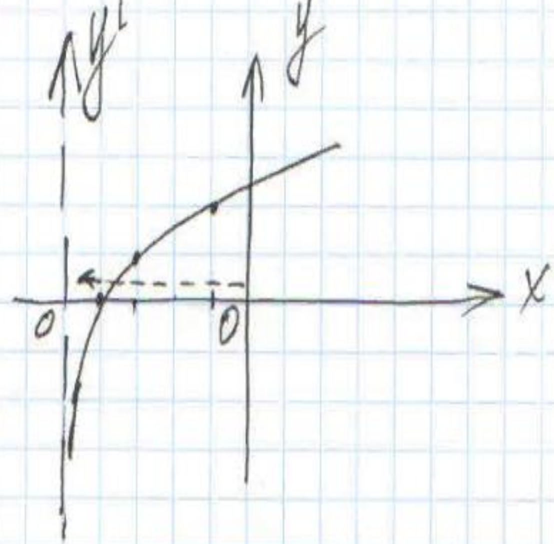
Тогда $b = a + 3 = 5; f(x) = log_2(x+5)$;

$f(11) = log_2 16 = 4.$

Ответ: 4.

На рисунке изображён график функции $f(x) = log_a(x+b)$. Найдите $f(11)$.





$y = \log_a(x+b)$

контрольная точка $(1; 0)$

$y = \log_a(x+5)$

$y = \log_a x$ $(2; 1)$ $\log_a 2 = 1$, $a = 2$

$y = \log_2(x+5)$

$f(11) = \log_2(11+5) = \log_2 16 = 4$

Ответ: 4

В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Решение:

Всего в коробке 25 фломастеров.

В условии не сказано, какой из фломастеров вытащили первым – красный или синий.

Предположим, что первым вытащили красный фломастер. Вероятность этого $\frac{9}{25}$, в коробке остается 24 фломастера, и вероятность вытащить вторым синий равна $\frac{10}{24}$. Вероятность того, что первым вытащили красный, а вторым синий, равна $\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.

А если первым вытащили синий фломастер? Вероятность этого события равна $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$. Вероятность после этого вытащить красный равна $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, вероятность того, что синий и красный вытащили один за другим, равна $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{20}$.

Значит, вероятность вытащить первым красный, вторым синий или первым синий, вторым красный равна $\frac{3}{20} + \frac{3}{20} = 0,3$.

При подозрение на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86 % случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Пациент приходит к врачу и делает ПЦР-тест. Он может быть болен этим заболеванием – с вероятностью x. Тогда с вероятностью 1 – x он этим заболеванием не болен.

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:
а) пациент болеет заболеванием, которое нельзя называть, его анализ верен; событие А,
б) пациент не болен этим заболеванием, его анализ ложно-положительный, событие В.
Это несовместные события, и вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Имеем:

$$P(A) = 0,86x$$

$$P(B) = 0,06 \cdot (1 - x)$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,86x + 0,06(1 - x) = 0,1.$$

Мы составили уравнение, решив которое, найдем вероятность x.

$$x = 0,05.$$

Нам же нужно найти вероятность z того, что пациент, ПЦР-тест которого положителен, действительно имеет это заболевание. Вероятность этого события равна $0,05 \cdot 0,86$ (пациент болен и ПЦР-тест выявил заболевание, произведение событий). С другой стороны, эта вероятность равна $0,1 \cdot z$ (у пациента положительный результат ПЦР-теста, и при выполнении этого условия он действительно болен).

Получим: $0,05 \cdot 0,86 = 0,1 \cdot z$, отсюда z = 0,43.

Ответ: 0,43

Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Решение:

Рассмотрим возможные варианты. Игральную кость могли бросить:

1 раз, выпало 4 очка. Вероятность этого события равна $\frac{1}{6}$ (1 благоприятный исход из 6 возможных). При этом, если получили 4 очка, кость больше не бросаем.

2 раза, выпало 3 и 1 или 1 и 3 или 2 и 2. При этом, если получили 4 очка, больше не бросаем кость. Для 2 бросков: всего 36 возможны исходов, из них 3 благоприятных, вероятность получить 4 очка равна $\frac{3}{36}$.

3 раза, выпало 1, 1, 2 или 1, 2, 1 или 2, 1, 1. Если получили 4 очка – больше не бросаем кость. Для 3 бросков: всего $6^3 = 216$ возможны исходов, из них 3 благоприятных, вероятность получить 4 очка равна $\frac{3}{216}$.

4 раза, каждый раз по 1 очку. Вероятность этого события равна $\frac{1}{6^4}$.

Вероятность получить 4 очка равна

$$P = \frac{1}{6} + \frac{3}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{1}{6^4} = \frac{1}{6}\left(1 + \frac{3}{6} + \frac{3}{6^2} + \frac{1}{6^3}\right) =$$

$$= \frac{1}{6}\left(1 + \frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{7^3}{6^3} = \frac{7^3}{6^4}.$$

Воспользуемся формулой условной вероятности.

Пусть P_1 — вероятность получить 4 очка, сделав 1 бросок; $P_1 = \dfrac{1}{6}$ (для одного броска: 6 возможных исходов, 1 благоприятный);

P — вероятность получить 4 очка с одной или нескольких попыток, $P = \dfrac{7^3}{6^4}$.

P_2 — вероятность, что при этом был сделан только один бросок;

$$P_1 = P \cdot P_2$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{7^3}{6^3} \cdot P_2$$

$$P_2 = \frac{6^3}{7^3} = \frac{216}{343} \approx 0,63$$

Ответ: 0,63

Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла»?

Решение:

А это более сложная задача. Можно, как и в предыдущих, пользоваться определением вероятности и понятиями суммы и произведения событий. А можно применить формулу Бернулли.

Формула Бернулли:

– Вероятность P_n^m того, что в n независимых испытаниях некоторое случайное событие A наступит ровно m раз, равна:

$P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$, где:

p – вероятность появления события A в каждом испытании;
$q = 1 - p$ – вероятность непоявления события A в каждом испытании.

Коэффициент C_n^m часто называют биномиальным коэффициентом.

Пусть вероятность выпадения орла при одном броске монеты равна $\frac{1}{2}$, вероятность решки тоже $\frac{1}{2}$. Давайте посчитаем вероятность того, что из 10 бросков монеты выпадет ровно 5 орлов.

$$P_1 = C_{10}^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} \cdot \frac{1}{2^{10}}$$

Вероятность выпадения ровно 4 орлов равна

$$P_2 = C_{10}^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot \frac{1}{2^{10}}$$

Найдем, во сколько раз P_1 больше, чем P_2.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{10! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 2^{10}}{5! \cdot 5! \cdot 2^{10} \cdot 10!} = \frac{4!}{5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} =$$

$$= \frac{6}{5} = 1{,}2.$$

Ответ: 1,2

В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды.

Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трех играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет следующий раунд?

Решение:

Пусть силы команд равны 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

В трех раундах участвуют 4 команды, то есть выбирается 4 числа из 6 и среди этих четырех находится наибольшее.

Выпишем в порядке возрастания, какие 4 команды могли участвовать в первых трех раундах:

1234, 1235, 1236, 1245, 1246, 1256, 1345, 1346, 1356, 1456, 2345, 2346, 2356, 2456, 3456 - всего 15 вариантов.

Есть также 4 группы, в которых 5 - наибольшее число. Вероятность того, что команда 5 победила в трех первых раундах, равна $\frac{4}{15}$. В следующем туре команда 5 встретится либо с командой 6 (и проиграет), либо с командой 1, 2, 3 или 4 и выиграет, то есть в четвертном раунде команда 5 побеждает с вероятностью $\frac{1}{2}$.

Есть также 10 групп, где 6 - наибольшее число. Вероятность того, что команда 6 победила в трех первых раундах, равна $\frac{10}{15}$. В четвертом туре команда 6 побеждает с вероятностью 1 (она самая сильная). Соответственно, в следующем туре команда 6 побеждает с вероятностью 1.

Получается $\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2} + \frac{10}{15} \cdot 1 = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ - вероятность команды, победившей в 3 первых турах, победить в четвертном.

Ответ: $\frac{4}{5}$

ЗАДАЧА 10
егэ профиль
сортировка по сложности

Сложность 1
Сложность 2

Задачи разделены на уровни сложности. Задачи из любого уровня вполне реально встретить на настоящем экзамене ЕГЭ, более сложные встретятся если "не повезло".

Сложность 1 (легкие задачи)

1. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало пять или оба раза выпало шесть. Ответ округлите до сотых.

   посмотреть ответ

2. В каждом из двух, стоящих рядом, кофейных автоматах может в течении дня закончиться кофе с вероятностью 0,45. Вероятность того, что в течении дня закончится кофе в обоих автоматах равна 0,15. Найдите вероятность того, что в течение дня кофе не закончится ни в одном автомате.

   посмотреть ответ