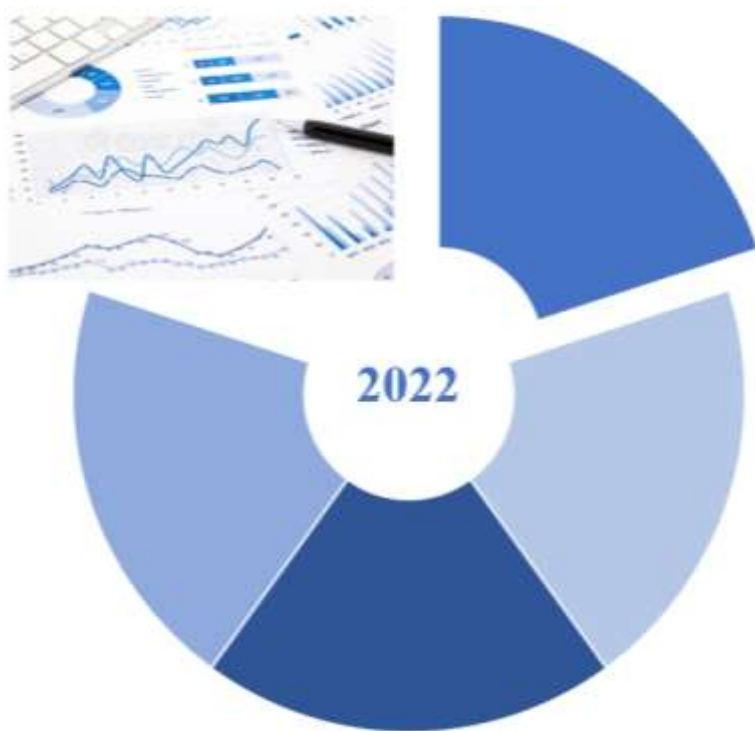


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «СТАВРОПОЛЬСКИЙ КРАЕВОЙ  
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ, ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И  
ПЕРЕПОДГОТОВКИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ ПРЕПОДАВАНИЯ  
МАТЕМАТИКИ**  
(ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОВЕДЕНИЯ ГИА-9 И ГИА-11  
В СТАВРОПОЛЬСКОМ КРАЕ В 2022 ГОДУ)



Ставрополь, 2022

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящих методических рекомендациях представлены результаты единых государственных экзаменов по математике профильного и базового уровней и основного государственного экзамена, проведенных на территории Ставропольского края в 2022 году.

Материалы включают краткую характеристику контрольных измерительных материалов, использовавшихся для проведения данных оценочных процедур, анализ результатов выполнения отдельных заданий и работ в целом; указаны направления по совершенствованию учебного процесса.

Для составления данных методических рекомендаций были использованы:

- результаты ЕГЭ и ОГЭ 2022 г;
- варианты КИМ ЕГЭ и ОГЭ по математике;
- Спецификации единых государственных экзаменов профильного и базового уровней и основного государственного экзамена по математике.

### Методические рекомендации нацелены на:

- представление статистических данных об оценочных процедурах в Ставропольском крае;
- проведение методического анализа типичных затруднений обучающихся региона по учебному предмету «математика» и разработка рекомендаций по совершенствованию преподавания;
- формирование предложений в дорожную карту по развитию региональной системы образования (в части выявления и распространения лучших педагогических практик, оказания поддержки ОО, демонстрирующим устойчиво низкие результаты обучения).

### Методические рекомендации могут быть использованы:

- работниками органов управления образованием для принятия управленческих решений по совершенствованию процесса обучения;
- работниками организаций дополнительного профессионального образования при разработке и реализации дополнительных профессиональных программ повышения квалификации учителей и руководителей образовательных организаций;
- сотрудниками региональных методических объединений учителей-предметников при планировании обмена опытом работы и распространении спешного опыта обучения школьников предмету и успешного опыта подготовки выпускников к государственной итоговой аттестации;
- руководителями образовательных организаций и учителями-предметниками при планировании учебного процесса и корректировке используемых технологий обучения.

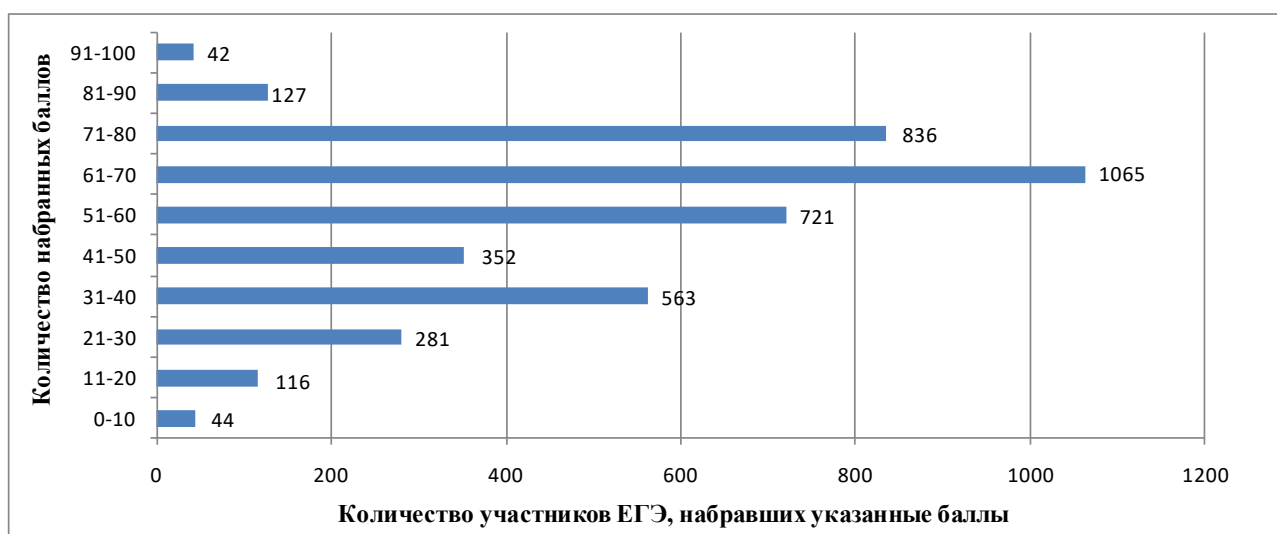
### 1. Основные результаты выполнения заданий ЕГЭ по математике в Ставропольском крае в 2022 году

#### Средний балл ЕГЭ

Уровень	Ставропольский край		
	2022	2021	2020
профильный	56,64	54,69	51,16
базовый	4,21	-	-

## ЕГЭ (профильный уровень)

	Всего участников	в группе не преодолевших мин. балл	в группе 27-60 т. б	в группе 61-80 т. б	в группе 81-100 т.б.
2020	4995	555	2087	1805	183
	100%	11,26%	41,7	36,1	3,67%
2021	4993	351	2431	1854	357
	100%	7,03%	48,69%	37,13%	7,09%
2022	4147	236	1836	1901	174
	100%	5,69%	44,27%	45,84%	4,19%



### ВЫВОД о характере изменения результатов ЕГЭ по математике

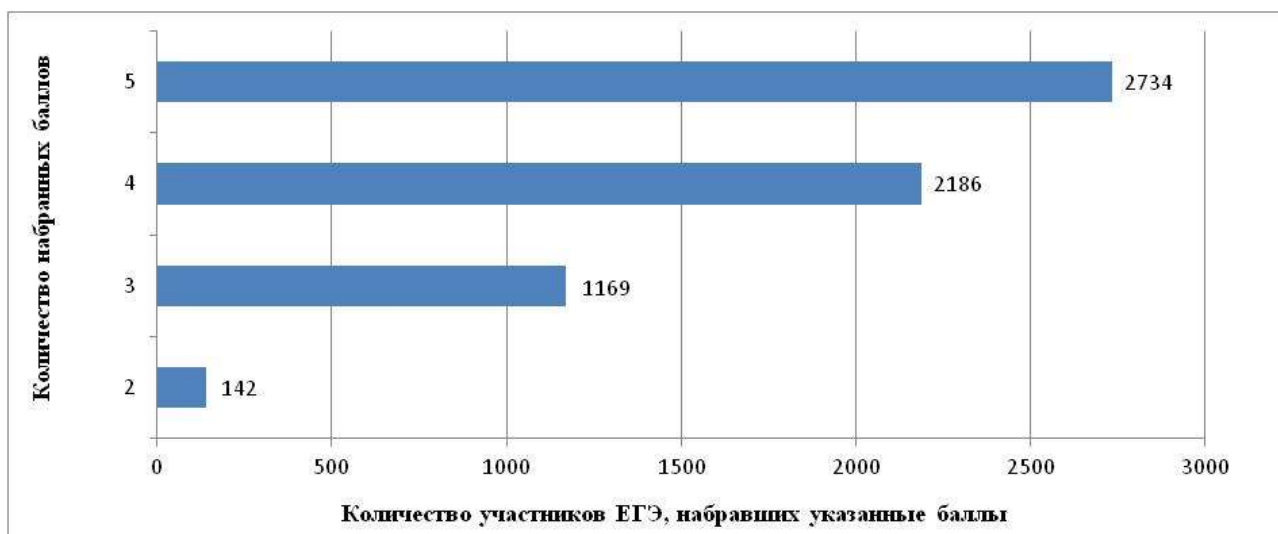
#### *Профильный уровень*

Статистический анализ результатов ЕГЭ по математике профильного уровня 2022 года в Ставропольском крае позволяет сделать следующие выводы:

1. Число участников экзамена уменьшилось до 4147 на 17% (в 2021 году 4993).
2. Средний тестовый балл повысился на 3,38% и составил 56,54 (в 2021 году 54,69).
3. Процент участников, преодолевших порог успешности от общего числа экзаменуемых, увеличился на 1,3% и составил 94,3%.
4. Процент участников, получивших от 81 до 99 баллов, уменьшился на 3,08%, с 7,15% в 2021 году до 4,07% в 2022 году. Лидируют Александровский район (7,89%), Предгорный район (6,84%), г. Невинномысск (6,82%), Советский район (5,88%) и г. Ставрополь (5,52%).
5. Участников ЕГЭ, получивших максимальный балл – 5 человек. Город Ставрополь – 3 человека, город Невинномысск – 1 человек, город Пятигорск – 1 человек. (2021 год – 3 человека).
6. В семи районах Ставропольского края доля участников, получивших тестовый балл от минимального до 60 баллов, выше 50%.
7. Выпускники Арзгирского, Красногвардейского и Новоалександровского районов справились с экзаменом по математике профильного уровня в 2022 году на 100%. Количество участников ЕГЭ по математике профильного уровня, не преодолевших минимальный порог, в

трех районах Ставропольского края превышает 20% (Кировский район – 20,51%, Новоселецкий район – 21,43%, Андроповский район – 25,00%).

### ЕГЭ (базовый уровень)



№ п/п	Участников, набравших балл	Субъект Российской Федерации		
		2018	2019	2022
1.	Количество участников, получивших оценку «2», чел	255	159	142
2.	Средний тестовый балл, по пятибалльной шкале	4,20	4,02	4,21

### **ВЫВОД** о характере изменения результатов ЕГЭ по математике

#### ***Базовый уровень***

Статистический анализ результатов ЕГЭ по математике базового уровня 2022 года в Ставропольском крае позволяет сделать следующие выводы:

1. Число участников экзамена увеличилось до 6231 на 2% (в 2019 году 6116).
2. Средний тестовый балл повысился на 0,19% и составил 4,21 (в 2019 году 4,02).
3. Процент участников, преодолевших порог успешности от общего числа экзаменуемых, увеличился на 0,32% и составил 97,72%.
4. Процент участников экзамена в 2022 году, получивших «5», составил 43,85%, «4» - 35,02%, «3» - 18,70%, «2» - 2,28%.

Лидируют по количеству пятерок (в процентах):

г. Лермонтов	61,11
г. Ессентуки	55,06
Новоалександровский р-н	51,85
Нефтекумский р-н	51,66
г. Железноводск	51,54
Петровский р-н	51,39

Благодарненский р-н	50,41
---------------------	-------

Получено наибольшее количество двоек (в процентах):

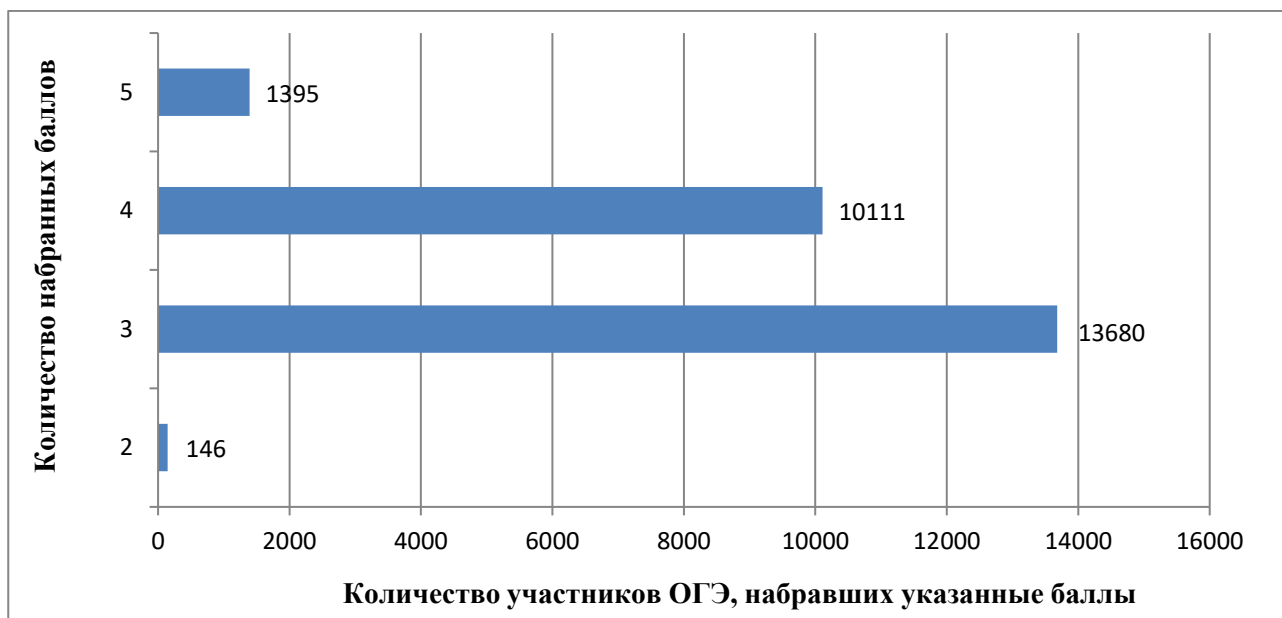
Степновский р-н	12,07
г. Кисловодск	7,17
Александровский р-н	5,62
Изобильненский р-н	5,14

7. Выпускники следующих АТЕ справились с экзаменом по математике базового уровня в 2022 году на 100%.

Грачевский р-н
Новоселицкий р-н
Апанасенковский р-н
Левокумский р-н
Новоалександровский р-н
г. Лермонтов

**ОГЭ 2022 (математика)**

**Всего участников экзамена 25283**



Получили отметку	2018 г.		2019 г.		2021 г.		2022 г.	
	чел.	% <sup>1</sup>	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	175	0,72	176	0,70	959	3,92	146	0,58
«3»	7241	29,98	7270	28,87	14247	58,21	13680	54,00

Получили отметку	2018 г.		2019 г.		2021 г.		2022 г.	
	чел.	% <sup>1</sup>	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«4»	8893	36,82	9662	38,37	8434	34,46	10111	39,91
«5»	7842	32,47	8071	32,05	837	3,42	1395	5,51

### **ВЫВОД** о характере изменения результатов ОГЭ по математике

Сравнивая результаты ОГЭ по математике в 2022 году с результатами 2021 года, следует отметить повышение средних баллов, увеличение количества обучающихся, получивших отметку «5», набравших минимальный первичный балл. Но по сравнению с 2019 годом в Ставропольском крае явно наблюдается понижение среднего балла, и уменьшение количества обучающихся, получивших «4»-«5», на 6227 человек. Это можно объяснить объективными причинами:

- неблагоприятной эпидемиологической ситуацией, связанной с распространением новой коронавирусной инфекцией COVID-19 в 2020-2021 учебном году,
- изменением структуры контрольно-измерительных материалов.

Показатель среднего балла по пятибалльной шкале по сравнению с 2021 годом повысился на 0,13 балла. Возросло количество девятиклассников, которые получили отметку «5» (на 558 человек), продемонстрировав достаточно высокий уровень владения математическими знаниями и умениями за курс основной школы. Но 146 (0,58%) девятиклассника не смогли преодолеть минимальный порог в 8 баллов.

Анализ таблицы 2-3 показывает сокращение количества пятерок, доля выпускников, получивших отличную отметку в шести территориях, составляет менее 3%. Самый высокий процент оценок «5» получен обучающимися г. Ессентуки, г. Ставрополя, Арзгирского, Новоалександровского, Красногвардейского и Апанасенковского районов. Большой процент «4» у выпускников г. Ессентуки (50,85%). Из таблицы также видно, что в 15-ти административных единицах ни один выпускник не получил оценку «2», а в городах Невинномысск и Железноводск, а так же в Александровском, Изобильненском, Красногвардейском и Левокумском районах «двоек» всего по одной. Хотя, в общем, девятиклассники в восемнадцати территориях не смогли преодолеть минимальный порог, так в процентном отношении наибольшее количество не сдавших экзамен: 42 (3,97%) обучающихся из образовательных организаций Предгорного района, 19 (3,27%) – Кочубеевского района, 13 (2,09%) – Советского района.

Анализ результатов участников из различных типов ОО (таблица 2-4) подтвердил, что традиционно более высокий уровень качества обучения более 50% демонстрируют выпускники, так называемых «профильных» школ, лицеев и гимназий. Тогда как в средних общеобразовательных школах качество обучения составляет 43,40%. Основные общеобразовательные школы демонстрируют еще ниже уровень качества обучения (37,31%). Это связано и с тем, что в гимназиях и лицеях, как правило, ведётся отбор учащихся, на изучение математики выделяется большее количество учебных часов.

Уровень обученности от 98,88% до 99,82% имеют выпускники практически всех школ. Таблицы 2-5 и 2-6 свидетельствуют о том, что возможность оказаться в лидерах по уровню обученности и качеству обучения, так же как и в аутсайдерах, не зависит от типа ОО и административной единицы, к которой относится ОО. Основной причиной является качество подготовки выпускников ОО в данном году к выполнению заданий того или иного вида и содержания КИМ.

Проводя сравнительный анализ сводных данных результатов ОГЭ по математике, можно сделать вывод, что средний первичный балл по Ставропольскому краю с учетом пересдачи в этом году составил 3,50 по пятибалльной шкале. В большинстве ОО качество обучения выпускников менее 50%. Более половины выпускников 9-х классов получили отметку «3» (54,11%). Лишь 5,52% девятиклассников получили отметку «5», продемонстрировав умение

успешно справляться с заданиями как базового уровня, так и применять свои знания при решении заданий повышенного уровня сложности. Таким образом, основная часть выпускников 9 класса 2022 года имеет базовый уровень подготовки, и только около трети девятиклассников сможет изучать математику на профильном уровне в старших классах.

## 2.1. Анализ заданий и типичных ошибок, допускаемых обучающимися при выполнении заданий ЕГЭ (профильный уровень)

### Структура экзаменационной работы ЕГЭ - 2022 (профильный уровень)

#### Распределение заданий по частям экзаменационной работы

Часть работы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 31	Тип заданий
Часть 1	11	11	35	Задания с кратким ответом
Часть 2	7	20	65	Задания с развернутым ответом
<b>Итого</b>	<b>18</b>	<b>31</b>	<b>100</b>	

#### Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики

Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Алгебра	6	13	41,9
Уравнения и неравенства	3	5	16,1
Функции	2	2	6,5
Начала математического анализа	1	1	3,2
Геометрия	4	8	25,8
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	2	2	6,5
<b>Итого</b>	<b>18</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

#### Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности задания	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Базовый	6	6	19,4

Повышенный	10	17	54,8
Высокий	2	8	25,8
<b>Итого</b>	<b>18</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

Предложенный вариант экзаменационной работы по математике профильного уровня 2022 года сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в содержании и примерном уровне сложности заданий. Правильное выполнение заданий 1 части (задания 1-11) говорит о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В первую часть включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. Задания второй части, повышенного и высокого уровней трудности, проверяют наличие выпускниками знаний на том уровне требований, который предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. А задания №№16, 17, 18 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

По уровню сложности работа содержит 6 заданий базового уровня, 10 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, т.е. всего 18 заданий.

Задания с развернутым ответом позволяют выявить участников, которые на хорошем уровне владеют программой по математике за курс основного и среднего общего образования и могут грамотно письменно оформить результаты своих рассуждений.

Содержание экзаменационной работы даёт возможность проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В 2022 году все задания экзаменационной работы делятся на три тематических модуля: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия», «Практико-ориентированные задания».

Задания 2, 7, 8, 10 первой части и 15 задание второй части представляли практико-ориентированный модуль, включая задание на элементы теории вероятностей. Задания 3, 5 первой части, 13, 16 второй части – геометрические.

Задания 1, 4, 9 первой части, 12, 14, 17, 18 второй части – это задания разного уровня сложности по алгебре, включая задания на составление математических моделей в виде уравнений или неравенств. Задания 6 и 11 первой части по математическому анализу, призванные проверить базовые понятия анализа и умение применять стандартные алгоритмы при решении задач.

Задания части 2 работы предназначены для проверки знаний на том уровне требований, которые традиционно предъявляются вузами с профильным экзаменом по математике с целью эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки выпускников. Задания 16, 17 и 18 предназначены для отбора в престижные ВУЗы с высоким конкурсом на специальности, требующие повышенной математической подготовки абитуриентов. Задания этой части проверяют умения выполнять вычисления и преобразования, решать уравнения и неравенства, выполнять действия с функциями, выполнять действия с геометрическими фигурами, строить и исследовать математические модели, находить путь решения, комбинируя изученные методы и применяя их в измененной или новой ситуации.



Продолжительность ЕГЭ по математике профильного уровня в 2022 году составляла 3 часа 55 минут (235 минут); из дополнительных устройств и материалов на экзамене по математике разрешалось пользоваться только линейкой.

### Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2022 году

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>2</sup>				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Уметь решать иррациональные уравнения	Б	96	67	97	99	100
2	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	95	73	95	99	99
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	88	42	86	97	99
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования тригонометрических выражений	Б	63	10	50	86	99
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	80	31	74	94	99
6	Уметь выполнять действия с функциями	Б	69	10	56	93	99
7	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	77	12	70	95	95
8	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	68	7	55	91	98
9	Уметь выполнять действия с функциями	П	80	13	73	98	99

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>2</sup>				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	79	14	74	94	95
11	Уметь выполнять действия с функциями	П	73	9	64	92	99
12	Уметь решать тригонометрические уравнения	П	42	0	12	82	97
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	1	0	0	1	23
14	Уметь решать показательные неравенства	П	33	0	4	69	98
15	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	22	0	2	44	97
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	П	3	0	0	2	46
17	Уметь решать уравнения с модулем	В	3	0	0	2	65
18	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	В	7	0	2	10	41

Исходя из таблицы результатов статистического анализа заданий КИМ, можно сделать следующие выводы.

Процент выполнения заданий первой части вырос в сравнении с прошлым годом. Результативность решения заданий базового уровня 1-6 не ниже 63%. Следует отметить, что во всех этих заданиях, кроме номера 4 (преобразование выражений) наблюдается положительная динамика по сравнению с 2021 годом. Отчасти это объясняется тем, что, несмотря на смену нумерации, выпускники отработали алгоритмы выполнения прототипов заданий базового

уровня. Понижение процента выполнения в номере 4 (с 76% до 63%) связано со сменой тематики (преобразование тригонометрического выражения).

Процент решения наиболее проблемных задач первой части также вырос – это касается, прежде всего, заданий 8 и 11. При этом упал процент выполнения заданий № 7 – задача физического содержания (с 85% в 2021 до 77% в 2022). Видно, что выпускники по-прежнему испытывают существенные трудности, если содержание задания выходит за рамки «шаблона», который они отработали при подготовке к экзамену.

Хочется отметить, что процент выполнения задний №9 и №10, которые в этом году появились впервые, достаточно высокий (80% и 78%). В этом смысле будет очень показательной динамика в следующем году, когда уровень сложности этих заданий может измениться.

По-прежнему наибольшие затруднения у обучающихся вызывает решение заданий, содержание которых относится к материалу, изучаемому в 10-11 классах (№6 и №11). Во многом эта картина отражает результат освоения программы по алгебре и началам анализа. Вместе с тем, у наиболее успешных выпускников ни одна из задач первой части серьезных затруднений не вызвала.

Во второй части традиционно наиболее успешными были задания 12, 14 и 15, высокий процент решения которого был обусловлен тем, что, как и в прошлом году, задача оказалась сравнительно несложной. Несколько вырос процент решения геометрической задачи №16 второй части, что вызывает легкий оптимизм, хотя вероятнее всего объясняется тем, что планиметрическая задача этого года оказалась немного проще, чем в прошлые годы.

Результативность решения самых сложных задач показала разнонаправленную динамику по сравнению с результатами прошлого года. Результат выполнения задания № 17 вырос втрое, а задания № 18 – снизился (с 11% до 7%). Это объясняется изменением сложности предложенных задач по сравнению с вариантом 2021 года.

### **Содержательный анализ выполнения заданий КИМ**

Задания первой и второй частей ЕГЭ 2022 года можно разбить по тематическим линиям:

- Уравнения. Иррациональное – №1, тригонометрическое - №12, уравнения с параметром - №17.
- Вычисления и преобразования - №4.
- Теория вероятностей - №№2, 10.
- Планиметрия. Углы, вписанные в окружность - №3. Треугольник, площадь треугольника - №16.
- Стереометрия. Нахождение объема конуса - №5. Сечение пирамиды - №13.
- Графики функций - №9.
- Производная. Применение производной к исследованию функций - №6. Нахождение точек экстремума - №11.
- Неравенства. Показательное - №14.
- Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики - №№7, 8, 15.
- Числовые последовательности - №18.

### **Уравнения**

**1**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{57-7x} = 6$ .

Процент выполнения задания – 96% (2021 год – 95%). Ошибки вычислительного характера.

**12** а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Процент выполнения задания – 42% (2021 год – 33%).

Форма задания №12 традиционная. При этом в решении данного задания эксперты предметной комиссии отмечали ошибки:

- в использовании понятия четность/нечетность тригонометрических функций;
- в применении основного тригонометрического тождества;
- при решении полного квадратного уравнения;
- при соблюдении алгоритма в выбранном методе отбора корней принадлежащих определенному промежутку;
- при решении простейших тригонометрических уравнений.

В группе выпускников, не преодолевших минимальный балл, решаемость данного задания составила 0,00%, в группе от минимального до 60 баллов – 12%, в группе от 60 до 80 баллов – 82%, в группе от 81 до 100 баллов – 97%.

Для успешного решения тригонометрических уравнений необходимо закреплять знание тригонометрических формул, умение решать простейшие тригонометрические уравнения. Учащимся необходимо показать различные способы отбора корней тригонометрического уравнения из указанного промежутка: с помощью единичной окружности, с помощью графика тригонометрической функции, с помощью числовой прямой, решая двойное линейное неравенство, перебором.

Учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

Процент выполнения задания – 3% (2021 год – 1%). Задание высокого уровня сложности. Фактически с заданием справились только выпускники в группе от 81 до 100 баллов, что составило 65%. Данное задание одинаково красиво решалось как аналитическим, так и графическим способами, что дало возможность повысить процент выполнения задания втрое.

Очевидно, что это задание по силам выпускникам математических классов, имеющим достаточный опыт решения задач с параметрами.

Эксперты ПК отмечают недостаточную культуру оформления логических шагов решения.

## Вычисления и преобразования

4

Найдите значение выражения  $\frac{2\sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$ .

Процент выполнения задания – 63% (2021 год – 76%). Допущены ошибки в применении формул приведения и кратных углов. Только 50% выпускников группы от минимального порога до 60 баллов справились с данным заданием, что повлияло на снижение процента выполнения по сравнению с прошлым годом.

В программах по математике 10-11 классов и в УМК по предмету недостаточно часов и материалов для отработки данной темы. Рекомендовано использовать дополнительные учебно-методические ресурсы.

## Теория вероятностей

2

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Швеции, 5 из Дании, 10 из Норвегии и 4 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Норвегии.

Процент выполнения задания – 95% (2021 год – 94%). Ошибки вычислительного характера.

10

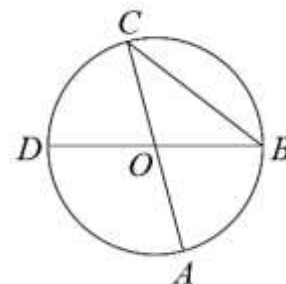
Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Процент выполнения задания – 78%. Ошибки вычислительного характера и в теоремах о вероятностных событиях.

Не все учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

## Планиметрия

- 3 Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $AOD$  равен  $114^\circ$ . Найдите величину вписанного угла  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



Процент выполнения задания – 88% (2021 год – 61%).

Большинство задач, которые предлагаются, несложные и решаются в один-два шага, однако применяемые факты и методы весьма разнообразны, как и сами задачи. Данное задание призвано охватить и проиллюстрировать на примерах основные теоремы и приёмы решения задач из курса планиметрии за 7-9 классы.

Процент выполнения в группе, не преодолевших минимальный порог, составляет 42%, в группе от минимального порога до 60 баллов – 86%, в остальных группах более 97%.

Следует обратить особое внимание на развитие геометрической интуиции учащихся, умения работать с чертежом, узнавать базовые геометрические конструкции.

- 16 На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AB = BD$ . Биссектриса  $BF$  треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $AD$  в точке  $E$ . Из точки  $C$  на прямую  $AD$  опущен перпендикуляр  $CK$ .
- а) Докажите, что  $AB : BC = AE : EK$ .
- б) Найдите отношение площади треугольника  $ABE$  к площади четырёхугольника  $CDEF$ , если  $BD : DC = 5 : 2$ .

Процент выполнения задания – 3% (2021 год – 1%).

Эксперты ПК отмечали, что часть выпускников, решая данную задачу, не предоставляла строгого обоснования доказательства. По-прежнему наблюдаются неточность построение чертежа, что не даёт возможности выпускнику найти ход решения, вычислительные и логические ошибки. Это говорит о том, что выпускники недостаточно владеют теоретическим аппаратом геометрии, способами решения задач, не умеют доказывать утверждения.

При выполнении данного задания испытывали затруднения даже участники ЕГЭ, получившие от 80 до 100 баллов (процент выполнения в этой группе - 46%).

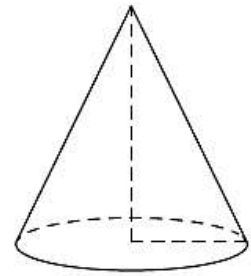
Умение доказывать формируется постепенно не только в процессе решения задач, но и при доказательстве теорем, что является одной из самых важных составляющих геометрии. Поэтому учителю нельзя игнорировать из-за нехватки времени представление доказательства на уроках самому и опрос учащихся по доказательству теорем; требовать от учащихся пояснений и доказательств утверждений при решении задач, обоснованных устных ответов, обучать доказательству.

Каждый учебно-методический комплекс, используемый в Ставропольском крае, дает возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа для обучающихся, мотивированных на решение заданий повышенного и высокого уровня сложности.

## Стереометрия

**5**

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?



Процент выполнения задания – 80% (2021 год – 64%).

Данное задание можно условно разделить на две группы: первая – вполне традиционные несложные задачи на вычисление углов, расстояний, площадей поверхностей и объёмов; вторая – задачи, которые можно считать заданиями с практическим содержанием.

Во втором типе задач, обычно требуется ответить на вопросы, связанные с изменением площади, объёма или массы тела при изменении его линейных размеров.

В процессе обучения решению стереометрических задач (правильные пирамиды и призмы, тела вращения и некоторые несложные задачи на произвольные пирамиды или наклонные призмы) необходимо уделять внимание стандартным задачам, которые проверяют владение основными понятиями, определениями и теоремами.

**13**

Точка  $M$  — середина ребра  $SA$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  с основанием  $ABCD$ . Точка  $N$  лежит на ребре  $SB$ ,  $SN : NB = 1 : 2$ .

а) Докажите, что плоскость  $CMN$  параллельна прямой  $SD$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $CMN$ , если все рёбра пирамиды равны 6.

Процент выполнения задания – 1% (2021 год – 3%).

К заданиям повышенного уровня сложности по геометрии относится задание №13 (раздел стереометрия). В этом году именно эта задача вызвала наибольшие трудности у выпускников, хотя критерии оценивания этого задания были изменены в лучшую сторону. Процент выполнения данного задания в группе выпускников, выполнивших работу от 81 до 100 баллов, составил 23%.

Основные затруднения были вызваны алгоритмом построения сечения пирамиды.

Некоторые выпускники при доказательстве применяют метод координат, но допускают ошибки при нерациональном введении системы координат в пространстве.

Геометрические задания повышенного уровня 13 (стереометрия) и 16 (планиметрия) содержали два пункта: первый – на доказательство, второй – на вычисление. Наибольшие затруднения, учащиеся испытывали при оформлении доказательства. При выполнении второго пункта было допущено большое количество вычислительных ошибок. Низкий процент выполнения этого задания свидетельствует о несформированности пространственных представлений у выпускников.

Это связано, скорее всего, с тем, что уровень преподавания геометрии в массовой школе недостаточно высок (неумение обосновать известный из курса геометрии основной общеобразовательной школы математический факт, указало на данное обстоятельство).

При подготовке к данным видам заданий следует обращать внимание на оформление доказательства (первая часть вопроса обеих задач), на логику рассуждений, на правильное применение свойств или признаков.

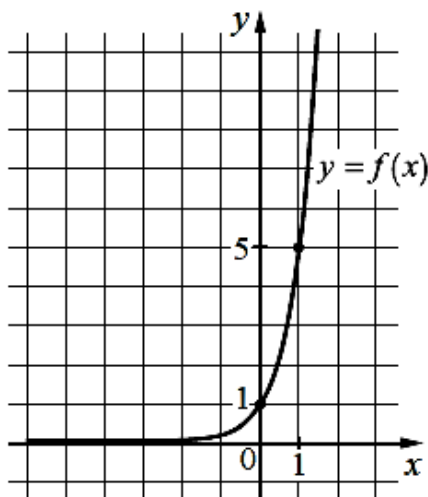


При выполнении второй части вопроса в обеих задачах допускаются в основном вычислительные ошибки или неверно записанная формула площади или объема фигур.

В УМК по математике, по которым работают учителя Ставропольского края, фактически нет подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов для качественной подготовки обучающихся, мотивированных на решение геометрических заданий повышенного и высокого уровня сложности.

### Графики функций

- 9 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(2)$ .



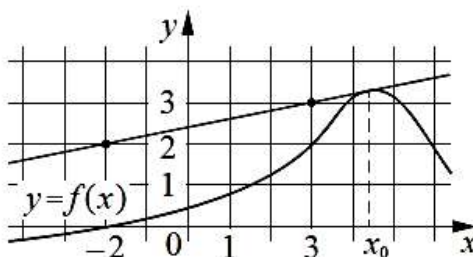
Процент выполнения задания – 80%. С заданием данного типа легко справились обучающиеся, которые имеют хорошие базовые знания по теме «Функции» и уверенно справились с заданием №11 ОГЭ.

Задание этого года было достаточно простым. Поэтому будет показательной динамика в следующем году, когда уровень сложности этих заданий может измениться.

Все учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

### Производная

- 6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Процент выполнения задания – 69% (2021 год – 64%). Материал блока алгебры и начал математического анализа продолжает вызывать затруднения.



Статистика показывает большой разброс в решаемости этого задания по группам. Так, в группе не преодолевших минимальный порог – 10%, в группе от минимального до 60 баллов – 56%, в группе от 61 до 80 баллов – 93%, в группе от 81 до 100 баллов – 99%.

В УМК по математике, по которым работают учителя Ставропольского края, практически нет подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов.

**11** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 27x + 14$ .

Процент выполнения задания – 73% (2021 год – 55%). Задание этого года не являлось сложным для выполнения. Но при этом с ним справилось около трех четвертей выпускников. И хотя в любом учебнике данные задания присутствуют в большом объеме, в группе от минимального балла до 60 баллов справились только 64% участников.

### Неравенства

**14** Решите неравенство  $\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}$ .

Процент выполнения задания – 33% (2021 год – 21%). К распространенным ошибкам при решении неравенства можно отнести незнание метода интервалов.

В группе выпускников, выполнивших работу на 81-100 баллов решаемость составляет 98% (в 2021 году 94%)

Проблема большинства – неумение решать неравенства такого вида, просматривалось нарушение последовательных шагов решения неравенства; применение неравносильных преобразований, а именно: умножение неравенства на выражение с переменной, знак которого зависит от значения этой переменной.

Для успешного решения задания можно рекомендовать метод замены множителей в показательных и логарифмических неравенствах (метод рационализации).

Учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

### Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики

**7** Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 6$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 2,5$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$  (в атмосферах). Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 350 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Процент выполнения задания – 77% (2021 год – 85%). Ошибки вычислительного характера.

Статистика показывает небольшой разброс в решаемости этого задания по группам. Так, в группе не преодолевших минимальный порог – 12%, в группе от минимального до 60 баллов – 70%, в группе от 61 до 80 баллов – 95%, в группе от 81 до 100 баллов – 95%.

**8**

Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта А в пункт В, расположенный в 40 км от А. Пробыв 3 часа в пункте В, катер отправился назад и вернулся в пункт А в 16:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Процент выполнения задания – 68% (2021 год – 65%). Ошибки при составлении математической модели и алгоритме решения дробно-рационального уравнения.

Статистика показывает большой разброс в решаемости этого задания по группам. Так, в группе не преодолевших минимальный порог – 7%, в группе от минимального до 60 баллов – 55%, в группе от 61 до 80 баллов – 91%, в группе от 81 до 100 баллов – 98%.

Учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа. Но, кроме этого, необходимо повышать читательскую грамотность.

**15**

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Процент выполнения задания – 22% (2021 год – 17%).

Многие специальности, для которых необходим экзамен по математике профильного уровня, требуют практико-ориентированной, в том числе и экономической, направленности.

Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин). Многие из выпускников, без всяких объяснений, записывают математическую модель (не всегда имеющую отношение к задаче). Некоторые не понимают разницы в записи  $r\%$  и  $0,01r$ .

Для устранения типичных ошибок выпускников при решении заданий №15 необходимо:

- после решения простых задач на проценты ученик должен знать, что один процент от числа – это его сотая часть, что за сто процентов принимается величина, с которой сравнивают, что для увеличения числа на  $r\%$  нужно умножить это число на  $(1 + \frac{r}{100})$ .
- следует отработать формулы нахождения суммы нескольких первых членов арифметической и геометрической прогрессии.
- для того чтобы учащиеся внимательно прочитали текст задачи и поняли условие, используются приёмы «чтение с остановками» и «ключевые слова».

В целом показатель выполнения этого задания выше, чем за предыдущий год, в том числе и по группам выпускников, получивших 61-80 баллов (44%), 81-100 баллов (97%).

В учебниках по математике нет подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов.

## Числовые последовательности

18

Есть три коробки: в первой коробке 97 камней, во второй — 104, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй — 89, а в третьей — 15?

б) Мог ли в третьей коробке оказаться 201 камень?

в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Процент выполнения задания – 7% (2021 год – 11%).

Для выполнения этого задания определенных алгоритмов не существует, все рассуждения должны быть обоснованными, а приводимые примеры должны быть подтверждены и удовлетворять всем условиям задачи. Однако в большинстве работ встречались только ответы, неполные обоснования доказываемых утверждений.

Пункт а) задания доступен для выполнения многим выпускникам, необходимо было доказать, что приведенное число удовлетворяет данному условию. Кроме этого были вычислительные ошибки.

Пункты б) и в) часто решались перебором, однако перебор был неполным. Учащиеся часто приводили только пример в пункте в) без искомой оценки, строили оценку через частный пример.

В учебниках по математике нет подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов

## 2.2. Анализ заданий и типичных ошибок, допускаемых обучающимися при выполнении заданий ЕГЭ (базовый уровень)

### Краткая характеристика КИМ по учебному предмету

Экзаменационная работа включает в себя 21 задание с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. Ответом к каждому из заданий 1–21 является целое число, или конечная десятичная дробь, или последовательность цифр. Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ записан в бланке ответов № 1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания.

В экзаменационной работе проверяется следующий учебный материал.

1. Математика, 5–6 классы.
2. Алгебра, 7–9 классы.
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы.
5. Геометрия, 7–11 классы.

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений и навыков по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

Оценивание правильности выполнения заданий, предусматривающих краткий ответ, осуществляется с использованием специальных аппаратно-программных средств. Правильное решение каждого из заданий 1–21 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа, или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр. Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 21.

### Изменения в КИМ ЕГЭ 2022 года в сравнении с КИМ 2021 года:

1. Исключено задание 2, проверяющее умение выполнять вычисления и преобразования (данное требование внесено в позицию задачи 7 в новой нумерации).
2. Добавлены задание 5, проверяющее умение выполнять действия с геометрическими фигурами, и задание 20, проверяющее умение строить и исследовать простейшие математические модели.
3. Количество заданий увеличилось с 20 до 21, максимальный балл за выполнение всей работы стал равным 21.

### Анализ выполнения заданий КИМ

#### Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2022 году

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложност и задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>3</sup>				
			средний	Доля участников, получивших оценку «2»	Доля участников, получивших оценку «3»	Доля участников, получивших оценку «4»	Доля участников, получивших оценку «5»
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	73	11	34	70	95
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	89	33	73	91	98
3	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	98	90	98	98	100

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>3</sup>				
			средний	Доля участников, получивших оценку «2»	Доля участников, получивших оценку «3»	Доля участников, получивших оценку «4»	Доля участников, получивших оценку «5»
4	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	97	74	94	97	99
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	60	5	26	50	84
6	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	77	7	42	77	96
7	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	76	12	37	76	96
8	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	86	19	60	90	99
9	Уметь решать уравнения и неравенства	Б	75	15	39	72	96

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>3</sup>				
			средний	Доля участников, получивших оценку «2»	Доля участников, получивших оценку «3»	Доля участников, получивших оценку «4»	Доля участников, получивших оценку «5»
10	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	88	28	68	90	98
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	77	8	39	77	96
12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	88	37	74	88	96
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	49	2	12	32	79
14	Уметь выполнять действия с функциями	Б	93	48	84	94	99
15	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	68	1	20	63	95
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	49	0	5	31	84
17	Уметь решать уравнения и неравенства	Б	73	11	32	70	95
18	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	94	61	87	95	98

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации <sup>3</sup>				
			средний	Доля участников, получивших оценку «2»	Доля участников, получивших оценку «3»	Доля участников, получивших оценку «4»	Доля участников, получивших оценку «5»
19	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	54	4	12	41	84
20	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	37	0	5	20	65
21	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	15	0	2	4	29

Исходя из таблицы результатов статистического анализа заданий КИМ, можно сделать следующие выводы.

Результативность решения заданий базового уровня ниже 50% наблюдается в заданиях №№13, 16, 20, 21.

**Задание №13.** Нахождение объема цилиндра.

Процент выполнения 49%.

**Задание №16.** Нахождение объема призмы.

Процент выполнения 49%.

Можно сделать вывод, что умения выполнять действия с геометрическими фигурами остались недостаточно усвоенными.

**Задание №20.** Текстовая задача на нахождение средней скорости. Процент выполнения 37%.

**Задание №21.** Текстовая задача, сводящаяся к преобразованию выражений, включающих арифметические операции.

Процент выполнения 15%.

Вывод: умения строить и исследовать простейшие математические модели у выпускников 2022 года, сдававших экзамен по математике базового уровня, недостаточно усвоены.

Но отрадно отметить, что результативность выполнения восьми заданий оказалась выше 85%. Это говорит о том, что умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, умения выполнять вычисления и преобразования, умения выполнять действия с функциями успешно усвоены.

**Задание №2.** Простейшая текстовая задача на округление с избытком.

Процент выполнения 89%.

**Задание №3.** Единицы измерения времени.

Процент выполнения 98%.

**Задание №8.** Действия с формулами.

Процент выполнения 86%.

**Задание №10.** Прикладная геометрия.

Процент выполнения 88%.

**Задание №12.** Выбор оптимального варианта.

Процент выполнения 88%.

**Задание №14.** Анализ графиков и диаграмм.

Процент выполнения 93%.

**Задание №18.** Анализ утверждений.

Процент выполнения 94%.

Исходя из этого, можно сделать вывод, выпускники 2022 года выработали умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни на достаточно высоком уровне.

### **Содержательный анализ выполнения заданий КИМ**

На основе данных, приведенных выше, можно сделать вывод, что наиболее сложными для участников ЕГЭ оказались задания №№13, 16, 19, 20, 21, с процентом выполнения ниже 60%.

**Задание №13.** Нахождение объема цилиндра.

Процент выполнения 49%.

Группа наименее подготовленных участников экзамена – 2%.

Группа низкого уровня подготовки – 12%.

Группа базового уровня подготовки – 32%.

Группа выше базового уровня подготовки – 79%.

**Задание №16.** Нахождение объема призмы.

Процент выполнения 49%.

Группа наименее подготовленных участников экзамена – 0%.

Группа низкого уровня подготовки – 5%.

Группа базового уровня подготовки – 31%.

Группа выше базового уровня подготовки – 84%.

Типичные ошибки:

- незнание формул для нахождения объемов тел;
- неумение использовать справочные материалы.

Учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

**Задание №19.** Числа и их свойства.

Процент выполнения 54%.

Группа наименее подготовленных участников экзамена – 4%.

Группа низкого уровня подготовки – 12%.

Группа базового уровня подготовки – 41%.

Группа выше базового уровня подготовки – 84%.

Типичные ошибки:

- незнание признаков делимости чисел;
- неумение выполнять арифметические действия.

В программах по математике 10-11 классов и в УМК по предмету недостаточно часов и материалов для отработки данной темы. Рекомендовано использовать дополнительные учебно-методические ресурсы.

**Задание №20.** Текстовая задача на нахождение средней скорости. Процент выполнения 37%.

Группа наименее подготовленных участников экзамена – 0%.

Группа низкого уровня подготовки – 5%.

Группа базового уровня подготовки – 20%.

Группа выше базового уровня подготовки – 65%.



**Задание №21.** Текстовая задача, сводящаяся к преобразованию выражений, включающих арифметические операции.

Процент выполнения 15%.

Группа наименее подготовленных участников экзамена – 0%.

Группа низкого уровня подготовки – 2%.

Группа базового уровня подготовки – 4%.

Группа выше базового уровня подготовки – 29%.

Типичные ошибки:

- низкий уровень читательской грамотности;
- неумение составлять математические модели.

Не все учебно-методические комплексы, используемые в Ставропольском крае, дают возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

### **2.3. Анализ заданий и типичных ошибок, допускаемых обучающимися при выполнении заданий ОГЭ**

#### **Краткая характеристика КИМ по предмету**

Экзаменационная работа (ОГЭ) была представлена в вариантах, составленных на основе федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010 № 1897) с учётом Примерной основной образовательной программы основного общего образования (одобрена решением Федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8.04.2015 № 1/15)). В КИМ обеспечена преемственность проверяемого содержания с федеральным компонентом государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Основным нововведением ОГЭ по математике, актуальным и для экзамена 2022 года, стало внедрение нового типа заданий – практико-ориентированных. Новый блок появился в самом начале КИМа и включает в себя 5 вопросов, объединённых единой сюжетной линией. Всего в КИМе 25 вопросов. Сам же формат экзамена остался неизменным: на выполнение отводится 3 часа 55 минут (235 минут); разрешено использовать классическую линейку и справочные материалы, которые прилагаются к комплекту контрольно-измерительных материалов.

Работа содержала 25 заданий и состояла из двух частей. Часть 1 содержала 19 заданий с кратким ответом; часть 2 – 6 заданий с развёрнутым ответом. Из них условно:

- к практическому модулю – №1–5;
- к модулю «алгебра» – № 6–14 и 20–22;
- к модулю «геометрия» относятся №15–19 и 23–25.

Для оценивания результатов выполнения работ участниками экзамена использовался суммарный первичный балл. Максимальное количество первичных баллов за выполнение всей экзаменационной работы 31.

При проверке базовой математической компетентности учащиеся должны были продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Задания части 2 были направлены на проверку владения материалом на повышенном и высоком уровнях. Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленных обучающихся, составляющих

потенциальный контингент профильных классов. Эта часть содержала задания повышенного и высокого уровней сложности из различных разделов математики. Все задания второй части требовали записи решений и ответа. Задания были расположены по нарастанию трудности: от относительно простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом и высокий уровень математической культуры.

### ***Распределение заданий по частям экзаменационной работы***

№ п/п	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С кратким ответом в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа	2	2
2	Часть 1	С кратким ответом в виде числа последовательности цифр	17	17
3	Часть 2	С развёрнутым ответом	6	12
	Итого		25	31

Часть 1. В этой части экзаменационной работы содержатся задания по всем ключевым разделам математики, отражённым в кодификаторе элементов содержания (КЭС). Количество заданий по каждому из разделов кодификатора примерно соответствует удельному весу этого раздела в курсе. Распределение заданий по разделам содержания приведено в таблице

Код по КЭС	Название раздела	Количество заданий
1	Числа и вычисления	7
2	Алгебраические выражения	1
3	Уравнения и неравенства	2
4	Числовые последовательности	1
5	Функции и графики	1
6	Координаты на прямой и плоскости	1
7	Геометрия	5

Часть 1 состоит из заданий базового уровня сложности (Б). В КИМе задания по уровню сложности распределяются следующим образом: 8 заданий с предполагаемым процентом выполнения 80–90, 7 заданий с предполагаемым процентом выполнения 70–80 и 4 задания с предполагаемым процентом выполнения 60–70.

Часть 2. Задания части 2 направлены на проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как:

- уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры;
- умение решить планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии;

- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Распределение заданий части 2 по разделам кодификаторов элементов содержания представлено в таблице

Код по КЭС	Название раздела	Количество заданий
3	Уравнения и неравенства	2
5	Функции и графики	1
7	Геометрия	3

Часть 2 состоит из заданий повышенного (П) и высокого (В) уровней сложности. Задания второй части направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне, содержат задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Её назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов. Задания расположены по нарастанию трудности – от относительно простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом курса и хороший уровень математической культуры, требуют записи решений и ответа.

#### Статистический анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ в 2022 году

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1.	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	86,14	25,34	77,67	97,10	99,64
2.	Уметь	Б	70,46	9,59	55,64	88,62	97,35

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели						
3.	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	56,44	9,59	38,91	76,64	97,13
4.	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь	Б	32,44	2,05	17,77	47,36	84,01

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели						
5.	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	70,21	15,75	55,88	87,59	97,20
6.	Уметь выполнять вычисления с десятичными дробями	Б	84,69	26,71	76,33	95,39	98,92
7.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	89,21	39,04	82,39	98,09	99,64
8.	Уметь	Б	80,43	13,01	71,11	92,09	99,28

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений						
9.	Уметь решать неполное квадратное уравнение	Б	71,38	12,33	56,92	88,96	98,85
10.	Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	78,31	7,53	65,39	94,66	99,43
11.	Уметь строить и читать графики линейных	Б	64,12	19,86	48,46	82,55	97,28

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложност и задания	Средний процент выполнени я	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	функций						
12.	Осуществлять практические расчёты по формулам; составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	Б	70,78	2,05	53,95	91,62	99,35
13.	Уметь решать неравенства и их системы	Б	72,56	19,18	60,11	87,58	97,78
14.	Уметь строить и читать графики функций, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	62,27	8,22	47,05	80,45	93,91
15.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	88,21	8,22	81,20	97,65	99,86
16.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	73,78	5,48	62,45	87,79	95,99
17.	Уметь выполнять	Б	66,40	2,74	50,75	85,39	97,06

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	действия с геометрическими фигурами						
18.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	82,69	24,66	72,89	95,05	99,64
19.	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	76,51	15,07	66,93	88,22	96,99
20.	Уметь решать уравнения и их системы	П	11,80	0,00	0,67	19,64	93,48
21.	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	П	3,04	0,00	0,05	3,51	37,99
22.	Уметь выполнять преобразования	В	1,09	0,00	0,01	0,59	21,58



Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	я алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели						
23.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	П	9,99	0,00	0,58	15,24	84,16
24.	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	2,93	0,00	0,1	2,47	46,02
25.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	В	0,12	0,00	0,00	0,05	2,15

Исходя из таблицы результатов статистического анализа заданий КИМ ОГЭ, можно сделать следующие выводы.

Результативность решения заданий базового уровня ниже 50% наблюдается только в №4.

**Задание №4.** Прикладная геометрия.

Процент выполнения 32,44%.

Результативность заданий повышенного и высокого уровней ниже 15% наблюдается во всех заданиях второй части №№20-25.

**Задание №20.** Система квадратных уравнений с двумя неизвестными.

Процент выполнения 11,8%.

**Задание №21.** Текстовая задача на движение.

Процент выполнения 3,04%.

**Задание №22.** Функции их свойства. Графики функций.

Процент выполнения 1,09%.

**Задание №23.** Геометрическая задача на вычисление.

Процент выполнения 9,99%.

**Задание №24.** Геометрическая задача на доказательство.

Процент выполнения 2,93%.

**Задание №25.** Геометрическая задача повышенной сложности.

Процент выполнения 0,12%.

Вывод: из статистических данных видно, что у выпускников 9-х классов 2022 года недостаточно сформированы следующие качества математической подготовки:

- уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры;
- умение решить планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

При этом достаточно неплохие результаты выполнения заданий первой части КИМ ОГЭ (выше 70%) дают возможность сделать вывод об умении выпускников 2022 года использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

### **Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ**

Первые пять заданий КИМ по математике были направлены на проверку «умения выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить исследовать простейшие математические модели». Решение типовых «сюжетных» заданий № 1–5 с общим рисунком использует целый ряд межпредметных связей, развивает вариативность, умение анализировать информацию и делать правильный выбор. Решение этих заданий требует от обучающегося умения применить знания из различных областей математики в изменённой, нестандартной, с точки зрения предметной линии и широко распространённой с бытовой. Успешность выполнения данных заданий во многом зависит от сюжета задания, если он связан с собственной жизнедеятельностью, то успешность выполнения выше. При решении данных задач необходимо многие вычисления производить в столбик, только хорошее владение навыками рационального счета, позволит сократить количество действий при решении заданий.

Как видно из статистических данных, только 25,34% участников из группы, получивших отметку «2», справились с заданием №1. С заданиями № 2, 3, 4 и 5 справилось и того меньшее количество участников этой группы (9,59%, 9,59%, 2,05%, 15,75% - соответственно). Процент выполнения по всем группам, получившим отметку «2», «3», «4», «5» от задания №1 к заданию №5 уменьшается. Несмотря на то, что эти задания относятся к базовому уровню математической компетентности, между собой они расположены от более лёгкого к более сложному.

Наибольшую тревогу вызывает результат выполнения № 3 (56,44%) и №4 (32,44%), требующий практического применения теоретических знаний геометрии и физики (умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни и умение строить и исследовать простейшие математические модели). Уверенное

владение данными умениями продемонстрировали обучающиеся, получившие оценку «5», которые справились с этими заданиями на 97,13% и 84,01% соответственно. Учащиеся, получившие на экзамене оценку «4» и «3» с данным заданием справились хуже. Данные умения у учащихся сформированы недостаточно, многие из них затрудняются в решении практических задач, требующих исследования модели реальной ситуации.

Наиболее типичными ошибками при выполнении практико-ориентированных заданий №№ 1–5 являются: невнимательное прочтение текста, трудности в построении математической модели, вычислительные ошибки. Для решения задач этого блока ОГЭ требуются дополнительные материалы, так как прототипы этих заданий полностью отсутствуют в актуальных УМК по математике для 7–9 классов, используемых в Ставропольском крае.

На *оптимальном уровне* (выше 75%) усвоены следующие дидактические единицы содержания курса математики на уровне основного общего образования, представленные в части 1 КИМ ОГЭ:

- умение выполнять одно арифметическое действие с десятичными дробями, сочетая устные и письменные приёмы. **Задание №6** (решили 84,69%). С заданием справилось более 95% учащихся, получивших «4»–«5», и три четверти учащихся, получивших «3». И справилось только 26,71% учащихся, получивших «2». Типичные ошибки – вычислительные (неумение складывать и вычитать десятичные дроби).
- сравнение чисел, умение определять знак разности чисел, изображенных точками на координатной прямой. **Задание №7** (решили 89,21%). Процент выполнения задания даже у учащихся, получивших «2», около 40%. Типичные ошибки – незнание алгоритма сравнения чисел, изображенных на координатной прямой.
- умение выполнять преобразования иррациональных выражений. **Задание №8** (решили 80,43%). С заданием справилось от 92,09% до 99,28% учащихся, получивших «4»–«5», и более 70% учащихся, получивших «3». Справилось 13,01% учащихся, получивших «2». Типичные ошибки – незнание свойств арифметического квадратного корня; вычислительные ошибки. Для успешного выполнения данного задания необходимо знать свойства арифметического квадратного корня, свойства степеней.
- умение находить вероятность элементарного события. **Задание №10** (решили 78,31%). С заданием справилось от 94,66% до 99,43% учащихся, получивших «4»–«5», и 65,39% учащихся, получивших «3». 7,53% учащихся, получивших «2», смогли найти вероятность того, что первым будет спортсмен из Норвегии или Швеции. Типичные ошибки – вычислительные. Из статистических данных видно, что умения решать практические задачи, а так же, задачи, требующие систематического перебора вариантов, сравнения шансов наступления случайных событий, оценивания вероятности случайного события, сопоставления и исследования модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики, сформированы на оптимальном уровне.
- геометрические фигуры и их свойства, умение находить площадь треугольника. **Задание №15** (решили 88,21%). С заданием справилось от 97,65% учащихся, получивших «4»–«5», и 81,20% учащихся, получивших «3». Даже справилось 8,22% учащихся, получивших «2». Практически все выпускники владеют формульным аппаратом геометрии при вычислении углов прямоугольного треугольника. Типичные ошибки – вычислительные.
- умение находить длину средней линии трапеции, изображенной на квадратной решетке. **Задание №18** (решили 82,69%). С заданием справилось от 95,05% до 99,64% учащихся, получивших «4»–«5», и 72,89% учащихся, получивших «3». Всего 24,66% учащихся, получивших «2», решили данное задание. Типичные ошибки – незнание теоремы о средней линии трапеции, низкая графическая культура, неумение извлекать данные с чертежа.
- умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения. **Задание**

**№19** (решили 76,51%). С заданием справилось 88,22% и 96,99% учащихся, получивших «4»-«5», и 66,93% учащихся, получивших «3». Даже справилось 15,07% учащихся, получивших «2». Типичные ошибки – неумение оценить логическую правильность рассуждений, распознать ошибочные заключения. Для выполнения этого задания необходимо владеть знаниями основных фактов курса и владеть определенными логическими приемами: умением применить общее утверждение к конкретному случаю, вывести следствие, привести контрпример, рассмотреть частный случай, а также переформулировать утверждение в эквивалентное ему утверждение или записать его в виде формулы. Данное обстоятельство свидетельствует о более серьезной отработке не только теоретических знаний по геометрии, но и о включении в учебный процесс заданий, направленных на формирование умения оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.

В учебниках по геометрии нет подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов.

**Допустимый уровень** освоения учебного материала достигнут по следующим содержательным разделам:

- умение решать неполное квадратное уравнение. **Задание №9** (решили 71,38%). С заданием справилось более 88,96% учащихся, получивших «4»-«5», и 56,92% учащихся, получивших «3». Даже справилось 12,33% учащихся, получивших «2». Типичные ошибки – незнание формул нахождения корней квадратного уравнения, потеря отрицательного корня, вычислительные ошибки. Для выполнения задания необходимы знание алгоритма решения неполных квадратных уравнений и умение его применять.
- числовые функции, их графики и свойства, умение строить и читать графики функций, устанавливать соответствие между функциями и их графиками. **Задание №11** (решили 64,12%). С заданием справилось от 82,55% до 97,28% учащихся, получивших «4»-«5», и всего 48,46% учащихся, получивших «3». Среди учащихся, получивших «2», только 19,86% решили данное задание. Около 65% учащихся знают аналитическую и графическую формы задания элементарных функций, в частности, линейную функцию, и умеют устанавливать соответствие между коэффициентами формулы и расположением в декартовой системе координат её графика. Типичные ошибки – неумение устанавливать соответствие между коэффициентами формулы и расположением в декартовой системе координат её графика.

В УМК по алгебре мало подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов.

- умение осуществлять практические расчёты по формулам, выражающим зависимости между величинами. **Задание №12** (решили 70,78%). С заданием справилось от 91,62% до 99,35% учащихся, получивших «4»-«5», но всего лишь 53,95% учащихся, получивших «3», и 2,05% учащихся, получивших «2». Что особенно странно, так как задание на нахождение стоимости колодца сводилось просто к решению примера. Но, не смотря на это, результат этого года выше соответствующего показателя 2021 года. Типичные ошибки – вычислительные ошибки.
- умение решать системы линейных неравенств с одной переменной, применять графические представления при решении. **Задание №13** (решили 72,56%). С заданием справилось от 87,58% до 97,78% учащихся, получивших «4»-«5», и 60,11% учащихся, получивших «3». 19,18% учащихся, получивших «2», решили данное задание. Около трети всех учащихся неверно решили простейшую систему линейных неравенств с одной переменной и выбрали не те числовые промежутки. Типичные ошибки – несформированность действий переноса слагаемых из одной части неравенства в другую, приведения подобных слагаемых, нахождения неизвестного множителя, неумение переносить решение неравенства на координатную прямую и записывать ответ в виде числового промежутка.

Каждый учебно-методический комплекс, используемый в Ставропольском крае, дает возможность качественной подготовки к решению заданий такого типа.

- умение решать контекстные задачи на геометрическую прогрессию. **Задание №14** (решили 62,27%). С заданием справилось 80,45% и 93,91% учащихся, получивших «4»-«5», и 47,05% учащихся, получивших «3». Даже справилось 8,22% учащихся, получивших «2». То есть более трех пятых учащихся верно применили либо формулы для определения  $n$ -го члена геометрической прогрессии, либо логические рассуждения (метод подбора). Типичные ошибки – незнание и непонимание определения геометрической прогрессии, незнание формул, неверное применение соответствующего определения, правила или формулы, невнимательное прочтение условия и требования задания, вычислительные ошибки, незнание типовых задач и их решения.

В УМК по алгебре мало подобных заданий, что требует использования дополнительных методических материалов.

- умение выполнять действия с геометрическими фигурами. **Задание №16** (решили 73,78%). С заданием справилось 87,79% и 95,99% учащихся, получивших «4»-«5», 62,45% учащихся, получивших «3», 5,48% учащихся, получивших «2». Только у около трех четвертых учащихся сформированы навыки нахождения линейных размеров плоских фигур, а также их комбинаций, в частности, нахождения стороны квадрата по радиусу окружности, вписанной в него. Типичные ошибки – в применении формульно-понятийного аппарата по теме «Окружность», «Четырёхугольники», «Площади», вычислительные ошибки. Часть учащихся вместо формулы радиуса  $r$  окружности, вписанной в квадрат со стороной  $a$ , использовали формулу радиуса  $R$  окружности, описанной около квадрата.
- умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (ромб и его свойства). **Задание №17** (решили 66,40%). С заданием справилось 85,39% и 97,06% учащихся, получивших «4»-«5», и 50,75% учащихся, получивших «3». Так же 2,74% учащихся, получивших «2». Типичные ошибки – из-за недостаточных геометрических знаний, в частности, незнание свойств ромба.

В *критической зоне* находится освоение следующих элементов стандарта:

- решение прямоугольного треугольника, теорема Пифагора, умение выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. **Задание №3** (решили 56,44%). Типичные ошибки – недостаточное владение теоретической базой курса геометрии относительно знаний теоремы Пифагора и применением ее на квадратной решетке.
- умение выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. **Задание №4** (решили 32,44%). Типичные ошибки – неумение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

Анализ результатов выполнения учащимися заданий первой части КИМ экзамена выявил следующие системные ошибки и недочёты:

- вычислительные ошибки;
- ошибки на уровне базовых определений, свойств, формул;
- невладевание техникой тождественных преобразований целых выражений, а так же незнание правил и алгоритмов действий с числовыми и буквенными выражениями;
- неумение переходить от аналитической формы записи условия к графической и наоборот;
- слабое владение теорией при решении геометрических задач;
- неверная форма записи ответа: запись ответа в приближённом виде или в виде сократимой дроби, неверное использование символики в записи ответов;

- слабое владение формульно-понятийным аппаратом по теме «Треугольники», «Четырёхугольники», «Окружность»;
- неумение проводить анализ условия задачи, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации, неразвитость регулятивных умений (находить и исправлять собственные ошибки).

Основные причины:

- формальное усвоение теоретической составляющей курса математики;
- неумение строить математическую модель задачи, в том числе перевод её условия на язык математики;
- недостаточная отработка типологии и методологии решения отдельного круга;
- системные недостатки в проектировании и организации процесса обучения математике, отсутствие системы выявления и ликвидации пробелов в осваиваемых математических компетенциях начиная с 5 класса, а также недостаточная ориентации процесса подготовки к экзамену на индивидуальные проблемы и затруднения обучающихся, реализации массового, традиционного подхода к этому процессу.

### Задание № 20

В задании требовалось решить систему квадратных уравнений с двумя переменными.

Задание выполнили 11,8% выпускников. Большая часть учащихся, получивших «5» с системой справилась (93,48%). Но уже четыре пятых тех, кто получил «4», не смогли решить предложенную систему, хотя прототипы есть в открытом банке заданий ОГЭ и подобные системы рассматриваются почти во всех УМК. Менее процента выпускников, получивших «3», справились с заданием (0,67%).

Типичные ошибки:

- записывают необоснованные алгебраические преобразования;
- подбирают ответ, не показывая, откуда он получается;
- допускают вычислительные ошибки, ошибки в применении таблицы умножения;
- неверно оформляют решение;
- неверно используют математическую символику;
- невнимательно читают задание, не доводят решение до конца.

### Задание № 21

В задании требовалось решить текстовую задачу на движения.

Задание выполнили 3,04% выпускников. К сожалению, только 37,99% учащихся, получивших «5» с задачей справились. Те, кто получил «4», фактически не смогли решить предложенное задание (3,51%), хотя прототип его есть в открытом банке заданий не только ОГЭ, но и ЕГЭ, и, несомненно, данный вид задач должен быть разобран при подготовке к экзамену. Хотя подобные задачи имеются во всех УМК, большая часть девятиклассников не приступали к решению.

В задании традиционно требовалось решить текстовую задачу на движение. Решение сводилось к исследованию движения и составлению дробно-рационального уравнения. Для верного и полного решения необходимо выполнить следующие этапы работы с задачей: составление математической модели, решение составленной модели, интерпретация полученных результатов и запись ответа. Все этапы должны быть зафиксированы в представленном решении.

Типичные ошибки:

- при составлении математической модели, обучающиеся недостаточно изучили условие задачи, что привело к неверному уравнению;
- неправильно выполняют перевод единиц измерения;
- забывают записывать единицы измерения к введенным значениям;

- допускают вычислительные ошибки;
- используют неравносильные преобразования при решении уравнений.

## Задание № 22

В задании требовалось построить график функции и провести исследование при определении значения параметра.

Задание выполнили 1,09% выпускников. Задание высокого уровня сложности, поэтому лишь 21,58% учащихся, получивших «5» с ним справились. Те, кто получил «4», фактически не смогли выполнить данное задание (0,59%), хотя прототип его есть в открытом банке заданий ОГЭ и должен был быть разобран при подготовке к экзамену. Так же, хотя и не такие сложные, подобные функции рассматриваются в некоторых УМК (А.Г. Мерзляка, С.М. Никольского и т.д.). Выпускники, получившие «3», не справились с заданием (0,01%).

Данное задание должно было показать умение девятиклассников выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели.

По сравнению с предыдущими годами учащиеся более грамотно оформляют данное задание, однако до сих пор встречается построение графика без описания функций и выписывание значений параметра без описывания решения по его нахождению.

Типичные ошибки:

- неправильно выполнено преобразование функции;
- не учитывается область определения функции;
- нет описания построения графика функции;
- не показывают нахождение значений параметра для прямых, заданных уравнением  $y = m$ ;
- не указан масштаб: отсутствуют деления на координатных осях, в результате чего график построен схематично и не проходит через точки, указанные в таблице значений;
- запись не соответствует построению;
- отмечается отсутствие таблиц значений для построения графиков, либо значения переменной (-ых) найдены с ошибкой;
- выписывают не все значения параметра.

## Задание № 23

В задании требовалось найти высоту ромба, делящую его сторону на заданные отрезки.

Задание выполнили 9,99% выпускников. Достаточно хорошо с этой задачей справились учащиеся, получившие «5», (84,16%). Но уже те, кто получил «4», фактически не смогли решить эту базовую геометрическую задачу (15,24%), хотя прототип этой задачи есть в первой части КИМ. Так же аналогичные задачи присутствуют во всех УМК по математике. Выпускники, получившие «3», фактически не справились с заданием (0,58%).

Планиметрическая задача направлена на проверку умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, умения применять простой теоретический материал по геометрии на практике (теорему Пифагора, определение ромба).

Типичные ошибки:

- чертеж не соответствует условию задачи;
- не записывают обоснования к действиям геометрической задачи, отсутствуют ссылки на свойства, признаки, теоремы;
- неправильно применяют теорему Пифагора;
- алгебраические преобразования выполняют с ошибками.

## Задание № 24

В задании требовалось доказать подобие треугольников, на которые разделила известная диагональ трапецию с известными основаниями.

Задание выполнили 2,93% выпускников. Почти половина учащихся, получивших «5», справились с этой задачей (46,02%). Но уже те, кто получил «4», практически не смогли решить эту базовую геометрическую задачу на доказательство (2,47%). Подобные задачи есть во всех УМК по математике. Выпускники, получившие «3», можно сказать, не справились с заданием (0,10%).

Задача была направлена на умение проводить несложные доказательства, которыми должны владеть все учащиеся, претендующие на отметки «4» или «5». Задачи «на доказательство» считаются учащимися более трудными, чем задачи «на вычисление», независимо от теоретического материала, на основе которого должна быть построена аргументация при решении этой задачи. Данное обстоятельство позволяет сделать вывод, что учебный материал соответствующих тем на уроках геометрии прорабатывается недостаточно хорошо. Обучающиеся не знают необходимые свойства и/или не умеют применять их при решении задач в различных ситуациях.

Типичные ошибки:

- путают признаки подобия треугольников;
- производят подмену условия (рассматривают равнобедренную или прямоугольную трапецию);
- не указывают параллельные прямые и секущую, ссылаясь на равенство накрест лежащих углов;
- без обоснования применяют факты, требующие доказательства.

### **Задание № 25**

Геометрическая вычислительная задача высокого уровня сложности. Требовалось найти радиус окружности.

Задание выполнили 0,12% выпускников. Только 2,15% учащихся, получивших «5», справились с этой задачей. («4» - 0,05%, «3» - 0,00%). Здесь результат прогнозируем. Самая сложная задача экзаменационной работы по геометрии. Она была ориентирована на учащихся, имеющих высокий уровень математической подготовки, учащихся школ и классов с углубленным изучением математики или не один год занимающихся математикой дополнительно.

### **3. Рекомендации по совершенствованию преподавания математики в образовательных организациях Ставропольского края**

При выстраивании системы подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня необходимо учитывать следующее:

➤ Рекомендовать обучающимся, которые планируют прохождение государственной итоговой аттестации по математике (профильный уровень), изучение курса математики 10-11 в профильных классах с количеством часов не менее 6-7 часов в неделю.

➤ Пользуясь материалами открытого банка ФИПИ, необходимо выработать у обучающихся быстрое и правильное выполнение заданий части 1. Умения, необходимые для выполнения заданий базового уровня, должны быть под постоянным контролем. Успешное выполнение этих заданий обеспечивает получение достойного тестового балла, а также дает возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала.

➤ Задания с кратким ответом (повышенного уровня) части 1 должны находить отражение в содержании математического образования и должны включаться в систему текущего и промежуточного контроля.

➤ В записи решений к заданиям с развернутым ответом необходимо обращать особое внимание на обоснованность рассуждений.



Для организации эффективной подготовки к экзамену по профильной математике выпускникам желательно четко понимать, какие задания они **должны** научиться решать, а какие **могут** научиться решать для того, чтобы получить нужное количество баллов на экзамене.

Для этого необходимо:

- выявить образовательные ценности выпускников и их планы на продолжение образования;
- выяснить уровень фактической предметной подготовки обучающихся и оценить его соответствие притязаниям выпускников;
- определить, какие прогнозы по части выполнения заданий ЕГЭ делают сами выпускники и их учителя (к этому времени уже будет опубликована демонстрационная версия КИМ), выявить динамику согласованности этих прогнозов на протяжении учебного года;
- выяснить, насколько влияют на уровень подготовки обучающихся изменения учебной нагрузки.

При работе по подготовке к экзамену внимание должно быть акцентировано не только на получение правильного ответа, но и на достижение осознанности знаний учащихся, на формирование умения применить полученные знания в практической деятельности, умения анализировать, сопоставлять, делать выводы. Перестройка в подходе к процессу обучения требует перестройки в сознании не только учащихся, но и учителей, а значит, потребует определенного (весьма значительного) времени.

Для выпускников, не достигших базового уровня математической подготовки к окончанию основной школы, дальнейшее математическое образование должно проводиться по специальным компенсирующим программам, направленным на освоение базовых умений.

Из приведенного выше анализа выполнения экзаменационных заданий, самой большой проблемой является неверное понимание, неполное или невнимательное чтение условия задания. Это относится практически ко всем заданиям практико-ориентированного направления. Поэтому в процессе регулярного прохождения курса математики следует уделять большее внимание развитию читательской грамотности, общематематических навыков (умению читать условие задачи, выполнять арифметические действия), развитию пространственных представлений обучающихся. При решении текстовых задач важным приемом, необходимым для усвоения, является переформулирование условия, отношений, связывающих входящие в задачу величины.

При изучении блока алгебры необходимо обращать внимание на формирование культуры вычислений и преобразований, без уверенного выполнения которых затруднено решение любых математических задач. Большинство ошибок в решении задач ЕГЭ связаны с недостаточным освоением курса алгебры основной школы.

При изучении геометрии следует активнее повышать наглядность преподавания, уделять больше внимания изображению геометрических фигур, формированию конструктивных умений и навыков, применению геометрических знаний для решения практических задач. В процессе преподавания геометрии в 10–11 классах необходимо сконцентрироваться на освоении базовых объектов и понятий курса стереометрии (углы в пространстве, многогранники, тела вращения, площадь поверхности, объем и т.д.), а также актуализировать базовые знания курса планиметрии. Целесообразно использовать любые приемы и средства, которые способствовали бы визуализации предлагаемых обучающимся задач. Это не только построение чертежей по условию задачи, это, прежде всего, различные предметные модели (полезно для каждой решаемой задачи иметь соответствующую ей модель-подсказку, чтобы использовать ее для визуализации условия, поиска и проверки решения).

При изучении начал математического анализа следует уделять больше внимания пониманию основных идей и базовых понятий анализа (геометрический смысл производной и первообразной и др.), практико-ориентированным приложениям, связанным с исследованием функций.

Изучение теории вероятностей и статистики необходимо вести с расчетом на практическое применение. Сюда входят элементы финансовой и статистической грамотности, умение принимать решения на основе расчетов.

Для организации учебного процесса образовательные организации должны учитывать наличие двух групп учащихся, имеющих различные образовательные запросы. Необходимо, чтобы рабочие программы по математике образовательных организаций предусматривали данную тенденцию. Решение этой задачи позволит повысить эффективность использования учебных часов по математике.

### **Рекомендации по темам для обсуждения на методических объединениях учителей-предметников, возможные направления повышения квалификации**

- Обсудить результаты государственной итоговой аттестации 2022 года на августовских педагогических конференциях.
- Проводить системный анализ выполнения обучающимися репетиционных работ ЕГЭ по математике.
- Продолжить работу по организации системы наставничества (взаимопосещения занятий, совместная разработка уроков и т.д.).
- Проводить авторские семинары учителей-новаторов по внедрению инновационного опыта в практику работы учителей математики; использовать потенциал учителей-победителей профессиональных конкурсов.
- Проводить семинары-практикумы по решению заданий повышенного и высокого уровней сложности.

### **Рекомендации по совершенствованию методики преподавания математики в образовательных организациях Ставропольского края**

Результаты ОГЭ по математике – 2022 позволяют сформулировать рекомендации, направленные на совершенствование процесса преподавания математики и подготовку выпускников основной школы к экзамену в 2023 году.

- Особое внимание необходимо обратить на изучении геометрии, начиная с 7 класса. Необходимо сохранение методической преемственности при изучении курса геометрии 7-9 и 10-11. Обращать внимание на усвоение фундаментальных метрических формул, а также свойств основных планиметрических фигур с обязательным доказательством изучаемых теорем. При изучении геометрии важно уделить больше внимания формированию конструктивных умений, учить строить геометрические фигуры и их комбинации. В процессе преподавания геометрии необходимо сконцентрироваться на освоении ключевых планиметрических объектов и понятий курса (углы, треугольники и четырехугольники и их виды, а также окружность), теорем, выражающих их свойства и признаки.
- Усилить практико-ориентированность обучения математике. Для этого необходимо систематически включать решение задач, представляющих собой некоторую ситуацию из реальной жизни, которую необходимо преобразовать и описать на языке математики, а также учить детей переформулировать или формулировать такие задачи самостоятельно. Обращать внимание школьников на содержательное раскрытие математических понятий, объяснение сущности математических методов и границ их приложений, показ возможностей применения теоретических фактов для решения различных практических задач. Важно развивать у обучающихся навыки устной и письменной математической речи, культуру правильного использования терминов и символов. Необходимо строить процесс обучения математике так, чтобы обучающийся предъявлял свои рассуждения как материал для дальнейшего анализа и обсуждения, учился математически грамотно излагать свои решения.

- Осуществлять регулярную работу по развитию и совершенствованию уровня вычислительных навыков учащихся. Исключить применение микрокалькуляторов и онлайн-сервисов для проведения математических расчетов.
- Особое внимание в преподавании математики следует уделить регулярному выполнению заданий, развивающих универсальные учебные действия (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями и т.д.). Наравне с предметными учебными действиями необходимо вести работу по достижению метапредметных результатов в ходе преподавания учебных предметов «Математика», «Алгебра» и «Геометрия» через формирование следующего опыта:
  - планирования и осуществления алгоритмической деятельности, выполнения заданных и конструирования новых алгоритмов;
  - решения разнообразных классов задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска различных способов решения;
  - исследовательской деятельности посредством организации и проведения экспериментов, выдвижения гипотез и их обоснования, проведения доказательных рассуждений, аргументации, формулирования новых задач;
  - ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования языка математики в различных вариациях (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации результатов, аргументации и доказательства;
  - поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.
- Целесообразно использовать любые приемы и средства, которые способствовали бы визуализации предлагаемых обучающимся задач, в частности: готовые чертежи, схемы и иллюстрации условия задачи, в том числе выполненные с помощью компьютерных прикладных программ. Например, при решении геометрических задач и задач с параметрами с помощью пакетов «Живая математика», «GeoGebra» можно осуществлять демонстрацию рассуждений при проведении анализа условия и поиска решения.
- Обращать больше внимания на изучение тем «Решение задач с помощью уравнений» и «Решение задач с помощью систем уравнений». Так как при решении текстовых задач важным является обоснованное составление и решение математической модели. При применении алгебраического метода важно научить оформлять решение, включающее ввод переменной(-ых), выражение величин через нее (них), дальнейшее составление равенства на основе данных из условия задачи. При арифметическом – указание пояснений каждого проведенного школьником действия, демонстрирующие и поясняющие его рассуждения.
- Пересмотреть методы, приёмы и средства, применяемые при изучении содержательных линий школьного курса математики: «Геометрия», «Функции и графики». При их обучении наблюдается наибольшая формализация знаний и умений школьников, что негативно сказывается на продолжении их математического образования.
- Учить школьников приёмам самоконтроля, умению оценивать результаты выполненных действий с точки зрения здравого смысла; проверять ответ на правдоподобность, прикидывать границы результата.
- Подготовка к экзамену – заключительная часть этапа обучения, а не цель обучения, подготовка к которому должна осуществляться не только в течение всего последнего учебного года в основной школе, но и гораздо раньше. Для этого рекомендуется осуществлять следующую пропедевтическую работу:
  - необходимо познакомить школьников со структурой и содержанием КИМов, с перечнем проверяемых в них знаний и умений;

- учителю сравнить их с содержанием программного материала тех учебников, по которому учатся школьники, спланировать изучение и повторение в соответствующей теме учебного материала с 5 по 9 класс;
- знакомить обучающихся с заданиями открытого банка задания с того момента, когда материал будет пройден, систематически их включать в содержание промежуточного и итогового контроля знаний по различным темам школьного курса математики;
- осуществлять непрерывную диагностику знаний и умений, своевременно выявляя пробелы, включать в контрольные задания тестового характера.
- Стимулировать участие обучающихся самостоятельно готовиться к испытаниям, при этом не злоупотреблять онлайн диагностированием.
- Информировать обучающихся о возможности закреплять изученный материал при помощи видеуроков, онлайн-тренажеров;
- Организовывать систематическое повторение и обобщение знаний и умений обучающихся по алгебре и геометрии.
- Необходимо внести изменения в поурочное планирование, выделяя резерв времени как во время проведения урока, так и во внеурочное время для повторения и закрепления, наиболее значимых и сложных тем учебного предмета. Включать задания, аналогичные КИМ ОГЭ, при объяснении учебного материала, при решении задач, в практические работы по всем темам курса математики. Одновременно следует отказаться от сложившейся в практике обучения математике тенденции – изучения только тех тем и вопросов, которые наиболее часто встречаются в КИМ.
- На школьных методических объединениях учителей математики необходимо обсудить:
  - итоги ОГЭ по математике обучающихся ОУ предыдущего года для выявления проблемных зон;
  - обсудить основные проблемы и ошибки участников ОГЭ и определить пути их преодоления в рамках проведения тематических семинаров, практикумов;
  - определить необходимость и возможность привлечения внешних специалистов для подготовки школьников к ОГЭ посредством установления сетевого взаимодействия с ведущими краевыми специалистами в области математической подготовки школьников.
- Учителям математики образовательных организаций, показывающих стабильно низкие результаты ОГЭ, рекомендуется принять участие в комплексе специально запланированных в крае мероприятий с целью преодоления профессиональных дефицитов при подготовке обучающихся к ОГЭ и соответственно повышения качества образовательных результатов.

На этапе подготовки к экзамену работа с обучающимися должна носить дифференцированный характер. С целью выяснения уровня усвоения учащимися знаний по отдельным темам в тематическое планирование необходимо включать диагностические работы с соблюдением временного режима знаний учащихся. Подготовку к экзамену целесообразно начинать с систематизации и обобщения ранее изученного материала, устранения имеющихся пробелов, формированию умений выполнять задания различного типа по определенной теме. Только после отработки отдельных тем следует переходить к выполнению тренировочных работ. Это позволит спланировать оставшееся на индивидуальную и групповую работу время и уделить внимание как устранению пробелов в знаниях отдельных категорий учащихся, так и продвижению более успешных выпускников. Выявлять пробелы в знаниях с помощью независимых мониторингов базового уровня изучения программного материала важно на всех этапах изучения предмета.

Для обучающихся, находящихся в «зоне риска», следует уделять большее внимание и организовать специальные внеучебные занятия, объединив их в группу. На занятиях с такими школьниками, имеющими слабую математическую подготовку, стоит сконцентрироваться на формировании их базовых математических знаний, необходимых для решения задач первой

части и доводить в первую очередь их решение «до совершенства». Только потом перейти к задачам второй части.

Для успешного выполнения заданий с развернутым ответом осуществлять дифференцированный подход в работе с наиболее подготовленными обучающимися. Это относится и к работе на уроке, и к дифференциации домашних заданий и заданий, предлагающихся школьникам на контрольных, проверочных, диагностических работах. Для обучающихся с достаточно высоким уровнем математической подготовки и высокими образовательными запросами должна быть обеспечена возможность освоения дополнительного теоретического материала. В записи решений к заданиям с развернутым ответом нужно особое внимание обращать на построение чертежей и оформление иллюстраций, лаконичность пояснений, доказательность рассуждений, указание единиц измерения. При работе с этой группой детей необходимо постоянно возвращаться к выполнению задач первой части (чтобы не забывали, как их решать). При работе с задачами второй части необходимо вести постоянный контроль.

К выполнению тренировочных работ школьниками любой степени подготовки следует переходить после отработки отдельных тем. При проведении диагностических работ следует подбирать задачи, прямые аналоги которых в классе не разбирались. Только так учитель может составить верное представление об уровне знаний и умений своих учеников. Для этого использовать открытый банк заданий ОГЭ, а также тренировочные сборники заданий для обучающихся с ОВЗ, опубликованных на официальном сайте ФИПИ [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru), что даст возможность готовиться качественно к экзаменам по математике и на уроках с участием учителя, и самостоятельно дома.

Для организации дифференцированного подхода в обучении математике учителю необходимо совершенствоваться в направлении использования методов дистанционного образования.

Чтобы обеспечить готовность школьников к решению задач повышенного и высокого уровней сложности необходимо, чтобы их умели решать сами учителя. Поэтому необходимо обеспечивать условия для повышения квалификации и самообразования в направлении обучения учителей способам и приемам решения заданий повышенной и высокой сложности. Проводить практикумы по обсуждению решений заданий с развёрнутым ответом.